

**Titre:** Décompositions par disciplines pour l'optimisation d'une aile flexible  
Title: en régime transsonique

**Auteur:** Jonathan Jean-Dallaire  
Author:

**Date:** 2007

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Jean-Dallaire, J. (2007). Décompositions par disciplines pour l'optimisation d'une aile flexible en régime transsonique [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7982/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7982/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉCOMPOSITIONS PAR DISCIPLINES POUR L'OPTIMISATION D'UNE AILE  
FLEXIBLE EN RÉGIME TRANSSONIQUE

JONATHAN JEAN-DALLAIRE  
DÉPARTEMENT DE DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AVRIL 2007



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-29238-9*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-29238-9*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉCOMPOSITIONS PAR DISCIPLINES POUR L'OPTIMISATION D'UNE AILE  
FLEXIBLE EN RÉGIME TRANSSONIQUE

présenté par: JEAN-DALLAIRE Jonathan

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été présenté au jury d'examen constitué de:

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., président

M. TRÉPANIÉ Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. TRIBES Christophe, Doct. ès sciences, membre et codirecteur de recherche

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., membre

Fais le ou ne le fais pas, il n'y a pas d'essai

Yoda

## REMERCIEMENTS

Je souhaite tout d'abord remercier Jean-Yves Trépanier, mon directeur de recherche, pour m'avoir confié ce projet. Je tiens aussi à remercier mon co-directeur de recherche, Christophe Tribes. Son aide et sa très grande disponibilité ont été des incontournables dans l'avancement de ce travail. De par les discussions avec lui et ses blagues, il a su améliorer l'atmosphère de travail ainsi que me convertir en disciple des "gawk" et de latex. Son attitude positive a même été en mesure d'étirer ma patience envers les problèmes incessants du serveur de calcul echidna.

Je voudrais également remercier les autres étudiants du LUMINOS : notamment Denis Walch pour ses conseils sur mon projet de recherche et les quelques parties de squash ainsi que Noémi Giammichele, Jocelyn Bourgeois, Thomas Reid, Dodji Lawson et Alexandre Martin pour les nombreuses discussions.

Bien sûr, tout le travail accompli n'aurait pu être réalisé sans le support et les encouragements de ma famille : Daniel, Gilberte, Nadia et Mathieu. Un gros merci à vous tous.

Merci à Jean-sébastien Cagnone pour avoir exploré l'univers pas toujours lumineux de l'optimisation avec sensibilité sous NASTRAN.

Par ailleurs, je tiens à remercier Atmane Laras, pour m'avoir toujours remis rapidement les différentes licences (NASTRAN, GAMBIT, FLUENT) lorsque je les perdais ainsi que pour son support informatique, même si le problème ne relevait pas de sa responsabilité.

Finalement, merci à Mohammed Abdo, de Bombardier, pour ses conseils sur NASTRAN et sur l'aéroélasticité d'une aile d'avion.

## RÉSUMÉ

Le design préliminaire d'un avion est un processus complexe qui englobe plus disciplines couplées, lesquelles nécessitent des interactions fréquentes entre les différents départements d'ingénierie et possiblement plusieurs itérations pour arriver à un compromis satisfaisant. Afin de réduire le nombre de boucle requises pour avoir un bon design, un bon point de départ est requis pour l'analyse préliminaire. Pour une mission de transport commercial, une aile optimale dont la configuration externe inclue les effets aéroélastiques du régime transsonique peut servir de design de base pour toutes les composantes de l'avion. Un point de départ obtenu en considérant seulement la performance de l'aile ne doit compter que sur quelques disciplines couplées pour être efficace en terme de temps. Cependant, le niveau de détail de l'analyse multidisciplinaire (MDA) doit être suffisant pour obtenir des designs fiables. La solution pour accélérer l'optimisation réside donc dans la formulation du problème d'optimisation. En prenant compte de la nature du problème, les méthodes de décomposition peuvent transposer un problème d'optimisation en plusieurs problèmes d'optimisation, équivalent (ou quasi-équivalent) mais beaucoup plus rapide à optimiser. Le but de l'étude est donc d'explorer quelques méthodes de décomposition adaptées au problème du design aéro-structurel d'une aile en régime transsonique.

Le MDA au coeur de notre étude est composé de deux disciplines couplées : la structure et l'aérodynamique. Un modèle éléments finis sert à prédire les déformations structurales de l'aile pour un chargement de forces issues du régime de croisière et obtenues par analyse CFD. Le but du design est d'obtenir une configuration externe de l'aile et une structure qui vont maximiser le rayon d'action (équation de Bréguet) sous une contrainte de portance et sujette à des contraintes structurelles pour le cas de chargement d'une rafale ascendante à 2,5g.

Quelques méthodes de décomposition prometteuses pour le problème du design aéro-élastique d'une aile d'avion ont été ciblées dans la littérature. Une méthode rapide pour prédire le temps de calcul requis de chaque méthode est proposée. Basé sur les performances de chaque méthode, il a été décidé d'implémenter et de tester que les deux meilleures. La première méthode est une décomposition hiérarchique à deux niveaux (FIO à bi-niveaux) qui effectue l'optimisation d'un sous-problème structurel pour chaque configuration externe d'aile. La deuxième formulation est une décomposition semi-découplée à un niveau qui découple le MDA en disciplines indépendantes en ajoutant des variables auxiliaires et des contraintes de compatibilité. L'optimiseur utilisé pour les différentes décompositions est un algorithme à gradient implémentant une programmation séquentielle quadratique (SQP) et qui est appelé DONLP2.

Les résultats des optimisations montrent les avantages respectifs de la décomposition hiérarchique et du découplage. Avec une décomposition hiérarchique, les recherches de ligne se sont révélées plus performantes car la structure est adaptée pour chaque configuration externe de l'aile. Les résultats montrent aussi que les contraintes de compatibilité additionnelles requises pour résoudre le MDA (avec la méthode du découplage) sont satisfaites rapidement à une tolérance inférieure à celle du critère d'arrêt de la méthode du point-fixe. De plus, le coût relié à l'addition de variables auxiliaires est moindre que le coût relié à la résolution par point-fixe du MDA. Le découplage permet donc lui aussi d'améliorer la performance de l'optimisation du problème à l'étude. Cependant, la décomposition hiérarchique bi-niveaux a obtenu une meilleure fonction coût (10% de mieux) que la méthode semi-découplée. Bien que les deux méthodes de décomposition aient amélioré les fonctions coûts, les designs obtenues ne sont pas pour autant représentatif d'une vraie aile d'avion, d'une part à cause d'une faille dans la fonction coût (obtention d'un design d'aile "citerne") et d'une autre à cause d'un cas de chargement trop conservateur.



Mots clés : optimisation, méthodes de décomposition, aile aéro-élastique

## ABSTRACT

The preliminary design of an aircraft is a complex process involving many coupled disciplines, which requires frequent interactions between engineering departments and possibly several iterations to achieve a satisfactory compromise. In order to lower the number of loops needed to obtain a suitable design, a good starting point for the preliminary phase of design is required. For a commercial transport mission, an optimal wing external shape whose design includes aeroelastic effects in the transonic regime could serve as a basis for all components of an aircraft. A starting point obtained by considering only the performance of the wing must involve only few coupled disciplines to be time-efficient. However, the level of details of the multi-disciplinary analysis (MDA) must be sufficient to achieve dependable design solutions. Therefore, the key to speed up the optimization process stand in the formulation of the optimization problem. By taking into account the nature of a problem, decomposition methods can transpose an optimization problem into several optimization problems, equivalent (or quasi-equivalent) but faster to optimize. The aim of the study is to explore decomposition methods adapted to the transonic aero-structural wing design problem.

The MDA consists of two coupled disciplines : structure and aerodynamics. A finite element model (FEM) serves to predict the wing structural deformations under cruise aerodynamic loads obtained from computational fluid dynamics (CFD) analyses. The aim of the design is to obtain a suitable wing structure and external shape that maximizes the cruise range (Breguet equation) under a lift constraint subjected to structural safety factor constraints for a given upwind gust load case.

From the litterature, we have targeted a few promising decomposition methodologies that might be efficient for the wing aeroelastic design. A methodology to quickly predict the time required for each decomposition is presented. Based on the prediction of their

performance, only the two most promising decomposition methods were implemented and tested. The first method is a bi-level hierarchical decomposition (called bi-level FIO) that dispatch a structural subproblem optimization for each wing external shape. The second formulation is a single level semi-decoupled decomposition that decouple the MDA into independent analyses by adding auxiliary variables and consistency constraints. The optimizer used for the different decompositions is a gradient-based algorithm implementing a sequential quadratic programming (SQP) method and called DONLP2.

The results of the optimization runs highlight the respective advantages of hierarchical decomposition and decoupling. With a hierarchical decomposition, the line search performed better because the structure is adapted for each external shape configuration, resulting in satisfied structural constraints. Results also show that the additional consistency constraints needed to have the MDA solved (semi-decoupled formulation) are satisfied quickly within the tolerance of the fixed-point method termination criterion. Moreover, the cost related to managing additional auxiliary variables and consistency constraints is far less than the cost related to solving the MDA with a fixed-point method. Thus, decoupling the MDA also improves the performance of the optimization of the problem at hand. However, the bi-level FIO decomposition obtained a slightly better objective function than the semi-decoupled formulation. Even if both decomposition methods were able to ameliorate the objective function, the designs resulting from the optimization are not representative of a real wing. The sources of problem come from a weakness in the objective function (which results in a "citeron-wing" design) and from a load case that is too conservative.

**Keywords :** optimization, decomposition methods, transonic aero-structural wing

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	ix
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xv
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xviii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xx
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xxi
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1      REVUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .	6
1.1    Description du cycle de design . . . . .	6
1.2    L'aéroélasticité . . . . .	8
1.3    Résolution du problème d'aéroélasticité . . . . .	10
1.4    Détermination d'un indice de performance . . . . .	12
1.5    Méthodes d'optimisation . . . . .	13
1.6    Les méthodes de décomposition . . . . .	20
CHAPITRE 2      ANALYSE AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE AILE SIMPLI- FIÉE . . . . .	26

2.1	Description de l'aile modélisée . . . . .	26
2.2	Analyse structurelle . . . . .	31
2.2.1	Les composantes structurelles d'une aile et leurs fonctions . . .	31
2.2.2	Forces appliquées sur l'aile . . . . .	32
2.2.2.1	Calcul des efforts . . . . .	33
2.2.2.2	Impositions des efforts . . . . .	36
2.2.3	Modélisation par éléments finis de l'aile . . . . .	39
2.2.3.1	Modélisation des longerons . . . . .	41
2.2.3.2	Modélisation des lisses . . . . .	42
2.2.3.3	Modélisation des peaux . . . . .	44
2.2.3.4	Modélisation des nervures . . . . .	44
2.2.3.5	Modèle FEM final de l'aile et marges de sécurité . .	46
2.3	Analyse aérodynamique . . . . .	47
2.3.1	Maillage de la voilure . . . . .	48
2.3.2	Calcul aérodynamique . . . . .	51
2.4	L'analyse multidisciplinaire . . . . .	52
2.4.1	Couplage aéro-structurel . . . . .	52
2.4.2	Méthode de résolution du couplage . . . . .	54
2.4.3	Stratégies utilisées pour réduire le temps de calcul . . . . .	57
2.4.3.1	Accélération de la méthode du point-fixe . . . . .	57
2.4.3.2	Réutilisation des résultats du calcul de CFD . . . . .	58
CHAPITRE 3 LE PROBLÈME D'OPTIMISATION D'UNE AILE AÉROÉLAS-		
TIQUE . . . . .		60
3.1	Définition du problème d'optimisation . . . . .	60
3.1.1	Définition de la fonction coût . . . . .	60
3.1.2	Définition des contraintes . . . . .	61
3.1.3	Choix des variables de design . . . . .	62

3.1.4	Méthode d'optimisation . . . . .	65
3.1.4.1	Choix du pas de discrétisation . . . . .	65
3.1.4.2	Mise à l'échelle . . . . .	66
3.2	Méthodes de décomposition . . . . .	67
3.2.1	Optimisation complètement intégrée à simple niveau . . . . .	68
3.2.2	Optimisation complètement intégrée bi-niveaux . . . . .	69
3.2.3	Méthodes semi-découplées . . . . .	70
3.2.4	Optimisation avec analyses distribuées simple niveau . . . . .	72
3.2.5	Optimisation avec analyses distribuées bi-niveaux . . . . .	73
3.2.6	Prédiction de la performance d'une méthode de décomposition . . . . .	74
3.2.6.1	Prédiction du temps d'analyse aérodynamique des formulations couplées . . . . .	75
3.2.6.2	Prédiction du temps d'analyse aérodynamique des formulations découplées et semi-découplées . . . . .	76
3.2.6.3	Méthodes de décomposition retenues pour les tests . . . . .	78
 CHAPITRE 4 OPTIMISATION AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE VOILURE		
	TRANSSONIQUE . . . . .	79
4.1	Performances des méthodes de décomposition . . . . .	79
4.1.1	Point initial . . . . .	80
4.1.2	Optimisation avec la méthode FIO bi-niveaux . . . . .	80
4.1.2.1	Sous-optimisation structurelle . . . . .	81
4.1.2.2	Optimisation globale . . . . .	83
4.1.3	Optimisation avec la méthode semi-découplée . . . . .	90
4.1.4	Comparaison des deux méthodes de décomposition . . . . .	97
4.2	Revue des modélisations et des formulations employées . . . . .	99
4.2.1	Choix de la fonction coût . . . . .	99
4.2.2	Modélisation structurelle . . . . .	101

4.2.3	Choix de la paramétrisation . . . . .	103
4.2.4	Choix des formulations . . . . .	104
CONCLUSION . . . . .		106
ANNEXES . . . . .		115

## LISTE DES FIGURES

FIG. 1.1	Inter-relations entre les départements chez Bombardier Aérospatiale d'après L'Heureux (2000) . . . . .	7
FIG. 1.2	Triangle aéroélastique de Collar . . . . .	8
FIG. 1.3	Taxinomie des algorithmes d'optimisation en fonction du type de problème (d'après NEOS, 2006)) . . . . .	15
FIG. 1.4	Décomposition par découplage . . . . .	23
FIG. 1.5	Décomposition hiérarchique . . . . .	24
FIG. 2.1	Paramètres géométriques de la forme en plan . . . . .	27
FIG. 2.2	Paramètres géométriques d'un profil 2D . . . . .	28
FIG. 2.3	Couches de contraintes . . . . .	29
FIG. 2.4	Superposition des profils structuraux et aérodynamiques . . . . .	30
FIG. 2.5	Composition du caisson de voilure (d'après L'Heureux, 2000) . . . . .	32
FIG. 2.6	Centre de cisaillement . . . . .	34
FIG. 2.7	Définition des efforts appliqués sur l'aile (d'après Bettinger, 2004) . . . . .	35
FIG. 2.8	Influence du nombre d'éléments sur la précision du résultat (tiré de Bettinger, 2004) . . . . .	40
FIG. 2.9	Modélisation des longerons . . . . .	41
FIG. 2.10	Modélisation des lisses . . . . .	43
FIG. 2.11	Modélisation des intersections lisse-longeron . . . . .	43
FIG. 2.12	Modélisation des intersections lisses-peaux . . . . .	44
FIG. 2.13	Modélisation des nervures . . . . .	45
FIG. 2.14	Modèle FEM complet . . . . .	46
FIG. 2.15	Domaine aérodynamique à l'étude . . . . .	49
FIG. 2.16	Déformation du domaine et de l'aile . . . . .	50
FIG. 2.17	Maillage aérodynamique au niveau de l'aile . . . . .	50



FIG. 2.18	Représentation en cascade des interactions entre les analyses couplées . . . . .	53
FIG. 2.19	Analyse disciplinaire . . . . .	54
FIG. 2.20	Schématisation d'un MDA à deux disciplines . . . . .	54
FIG. 2.21	Interaction des logiciels dans la résolution du couplage par la méthode du point-fixe . . . . .	56
FIG. 2.22	Convergence de la déflexion en bout d'aile (méthode du point-fixe) . . . . .	59
FIG. 3.1	Schématisation d'un MDA couplé . . . . .	68
FIG. 3.2	Schématisation d'un MDA découplé . . . . .	68
FIG. 3.3	Représentation en cascade des interactions entre les analyses semi-découplées . . . . .	71
FIG. 3.4	Représentation en cascade des interactions entre les analyses découplées . . . . .	72
FIG. 4.1	Évolution de la fonction coût structurelle au cours d'une sous-optimisation . . . . .	82
FIG. 4.2	Évolution des marges de sécurité au cours d'une sous-optimisation	82
FIG. 4.3	Évolution du design de l'aile (FIO bi-niveaux) . . . . .	84
FIG. 4.4	Évolution des fonctions coûts au cours des itérations (FIO bi-niveaux) . . . . .	85
FIG. 4.5	Formes en plan initiale et finale (FIO bi-niveaux) . . . . .	86
FIG. 4.6	Profils initial et final (FIO bi-niveaux) . . . . .	88
FIG. 4.7	Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design initial) .	89
FIG. 4.8	Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design final, FIO bi-niveaux) . . . . .	89
FIG. 4.9	Évolution des fonctions coûts au cours des itérations (semi-découplée)	92
FIG. 4.10	Évolution du design de l'aile (semi-découplée) . . . . .	93
FIG. 4.11	Formes en plan initiale et finale (semi-découplée) . . . . .	94

FIG. 4.12	Profils initial et final (semi-découplée) . . . . .	95
FIG. 4.13	Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design final, semi-découplée) . . . . .	96
FIG. II.1	Flambement global d'une lisse . . . . .	118
FIG. II.2	Flambement local d'une lisse . . . . .	118
FIG. II.3	Définition des charges axiales entre deux nœuds typiques . . .	119
FIG. II.4	Segments "no edge free" et "one edge free" d'une lisse en "Z" .	122
FIG. II.5	Coefficient $K_s$ de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 460) . . .	132
FIG. II.6	Coefficient $K_c$ de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 458) . . .	132
FIG. III.1	Équilibre aéroélastique d'une aile d'avion . . . . .	134
FIG. IV.1	Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de dé- flexion . . . . .	137
FIG. IV.2	Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de torsion	137
FIG. IV.3	Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires d'efforts tranchants discrétisés . . . . .	138
FIG. IV.4	Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de mo- ments de torsion discrétisés . . . . .	139

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

<i>AG</i> :	Algorithme génétique
<i>BFGS</i> :	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
<i>cc</i> :	Centre de cisaillement
<i>CFD</i> :	Computational fluid dynamics (aérodynamique numérique)
<i>cg</i> :	Centre de gravité
<i>COC</i> :	Cash operating costs (coûts d'opération)
<i>cp</i> :	Centre de pression
<i>CSD</i> :	Computational structural dynamics (Analyse structurelle numérique)
<i>DAO</i> :	Distributed analysis optimization (Optimisation avec analyses distribuées)
<i>DO</i> :	Distributed optimizations (Optimisations distribuées)
<i>FEM</i> :	Finite Element Model (modèle éléments finis)
<i>FIO</i> :	Fully integrated optimization (Optimisation complètement intégrée)
<i>GUI</i> :	Graphic user interface (Interface graphique)
<i>LICQ</i> :	Linear independence constraint qualification (contrainte d'indépendance linéaire)
<i>MCR</i> :	Maximum cruise range (Rayon d'action maximum en croisière)
<i>MDA</i> :	Multi disciplinary analysis (Analyse multidisciplinaire)
<i>MDO</i> :	Multidisciplinary optimization (Optimisation multidisciplinaire)
<i>MOSAIC</i> :	Multidisciplinary Optimization Standardization Approach for Integration and Configurability (Système d'optimisation basé sur des standards et des analyses et permettant une intégration configurable)
<i>NASTRAN</i> :	NASA structural analysis (analyse structurelle de la NASA)
<i>NS</i> :	Navier-Stokes
<i>SLP</i> :	Sequential linear programing (programmation séquentielle linéaire)

*SQP* : Sequential quadratic programing (programmation séquentielle quadratique)

## LISTE DES TABLEAUX

TAB. 2.1	Degré de liberté des éléments utilisés dans le FEM (extrait de Reymond et al., 2001) . . . . .	40
TAB. 3.1	Variables de design $X_{geo}$ et leurs bornes . . . . .	64
TAB. 3.2	Variables de design $X_{aero}$ et leurs bornes . . . . .	64
TAB. 3.3	Variables de design $X_{struct}$ et leurs bornes . . . . .	64
TAB. 3.4	Prédiction des performances des méthodes de décomposition pour une itération . . . . .	78
TAB. 4.1	Caractéristiques aérodynamiques et structurelles des points initial et final (FIO bi-niveaux) . . . . .	90
TAB. 4.2	Marges de sécurités des différentes composantes du caisson de voilure (design final) . . . . .	91
TAB. 4.3	Caractéristiques aérodynamiques et structurelles des points initial et final (semi-découplée) . . . . .	97
TAB. 4.4	Comparaison des méthodes de décomposition . . . . .	99
TAB. II.1	Contraintes cibles pour le 2024-T3511 (target stress, tiré du cours L'Heureux et al. (2000)) . . . . .	125
TAB. II.2	Contraintes cibles pour le 2024-T3511 . . . . .	128
TAB. II.3	Contraintes cibles pour l'alliage 7050-T7451 . . . . .	129
TAB. V.1	Variables de design $X_{geo}$ . . . . .	140
TAB. V.2	Variables de design $X_{aero}$ . . . . .	140
TAB. V.3	Variables de design $X_{struct}$ . . . . .	141
TAB. V.4	Variables de design $X_{auxdef}$ . . . . .	141

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	FICHIER DES VARIABLES DE DESIGN . . . . .	115
ANNEXE II	MODES DE DÉFAILLANCE DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX . . . . .	117
II.1	Calcul des marges de sécurité . . . . .	117
II.2	Charges internes . . . . .	118
II.2.1	Définition des efforts de type Grid Point Force . . . . .	118
II.2.2	Définition des efforts de type Element Force . . . . .	119
II.3	Calcul des marges de sécurité . . . . .	120
II.3.1	Dimensionnement des lisses (stringers) . . . . .	121
II.3.1.1	Raidisseurs supérieurs . . . . .	121
II.3.1.2	Raidisseurs inférieurs . . . . .	124
II.3.2	Revêtements (peau) . . . . .	125
II.3.2.1	Revêtements supérieurs . . . . .	125
II.3.2.2	Revêtements inférieurs . . . . .	127
II.3.3	Dimensionnement des longerons . . . . .	129
II.3.3.1	Étude de l'âme des longerons . . . . .	129
II.3.3.2	Étude des semelles supérieures des longerons . . . . .	129
II.3.3.3	Étude des semelles inférieures des longerons . . . . .	130
II.4	Utilisation des marges de sécurité lors de l'optimisation . . . . .	130
ANNEXE III	PRÉCISION DU COUPLAGE AÉRO-STRUCTUREL . . . . .	133
ANNEXE IV	VALIDATION DE L'INTERPOLATION FAITE À PARTIR DES VARIABLES AUXILIÈRES . . . . .	135
IV.1	Interpolations sur les déformations . . . . .	136
IV.2	Interpolations sur les forces . . . . .	136

ANNEXE V	LISTE DES VALEURS DES VARIABLES INITIALES ET FI- NALES . . . . .	140
----------	---	-----

## INTRODUCTION

L'industrie en général recherche sans cesse de nouvelles façons d'améliorer leur productivité et d'augmenter la qualité de leurs produits et l'industrie aéronautique n'y fait pas exception. Ce qui caractérise cependant le domaine de l'aéronautique est la présence d'analyses souvent très complexes et de nombreuses variables. Ces environnements de design sont de grande envergure et sont généralement sub-divisées en plusieurs disciplines ou analyses, souvent reliées à un département. Par exemple, l'aérodynamique et la structure pour une aile d'avion ou encore les compresseurs et les turbines pour un moteur d'avion constituent des subdivisions retrouvées chez les fabricants. Les différentes disciplines sont généralement fortement liées entre elles, ce qui nécessite une étroite communication entre les différentes disciplines/départements lors du design. Sans cette communication, on peut aboutir à un design optimal pour chaque discipline mais non réalisable. Une façon d'arriver à un design optimal qui respecte les contraintes propres à chaque discipline est d'effectuer des itérations entre les différents intervenants. Lors de ces itérations, il est nécessaire que les spécialistes de chaque discipline utilisent leur savoir-faire afin de contrer des éventuels violations des contraintes du cahier des charges ou des inconsistences entre les disciplines. Un façon d'augmenter la productivité est de diminuer le nombre d'itérations de la boucle de design. Ceci peut être fait en commençant la phase de design préliminaire en utilisant un point de départ qui est déjà de bonne qualité.

L'utilisation de plusieurs disciplines tôt dans la phase de design est nécessaire pour éviter d'avoir à refaire un travail dû à une interaction non prévue entre les disciplines, mais cette multidisciplinarité requiert cependant une intégration plus importante des disciplines. L'intégration de toutes les disciplines est rendue possible grâce au concept d'optimisation multidisciplinaire (MDO). L'avantage de la MDO est qu'elle permet de bien



exploiter les interactions entre les disciplines et elle permet aussi d'arriver à un design optimum sans intervention humaine. Cette technologie devient de plus en plus populaire dans l'industrie et est appelée à se répandre dans plusieurs domaines.

### **But de l'étude**

Il est attendu que l'utilisation des technologies issues de la MDO dans le domaine de l'aéronautique devrait augmenter la qualité des produits tout en réduisant le cycle de design. Cependant, bien que cette technologie ne soit pas nouvelle, elle n'est pas mature et n'est pas encore très répandue dans l'industrie. C'est donc pour améliorer nos connaissances dans ce domaine qu'est né le projet MOSAIC (Multidisciplinary Optimization Standardization Approach for Integration and Configurability)<sup>1</sup>. Ce projet a pour but de développer un environnement d'intégration, de procéder à des optimisations de design multidisciplinaires et de démontrer les capacités de tels outils, le tout dans le but de développer une expertise en MDO chez les entreprises participantes. Le projet s'attarde autant aux protocoles d'échanges de données qu'aux modélisations disciplinaires (structure d'une aile d'avion, analyse aérostructurelle) ainsi qu'à la façon de hiérarchiser et d'intégrer les disciplines dans un contexte de MDO. Le projet MOSAIC est financé par l'industrie (Bombardier, Pratt & Whitney ainsi que Bell Hélicoptère) et par le gouvernement québécois à travers le consortium de recherche et d'innovation en aérospatiale au Québec (CRIAQ). Le projet implique trois universités québécoises, soient l'École polytechnique de Montréal, l'École de technologie supérieure et l'université Concordia.

L'étude qui fait l'objet du présent mémoire correspond à la tâche 3 du projet MOSAIC, ou plus précisément au développement et aux tests de formulations mathématiques (mé-

---

<sup>1</sup><http://www.criaq.aero/Francais/Projets/4.1/>

thodes de décomposition) adaptées au problème d'optimisation multidisciplinaire rencontré dans la phase de design conceptuelle et préliminaire d'une aile d'avion. Cette partie du projet MOSAIC recoupe directement d'autres tâches du projet, notamment l'utilisation d'un module de paramétrisation géométrique d'une aile d'avion (tâche 8 développée à l'École polytechnique) et possiblement dans le futur, l'utilisation du module d'optimisation structurelle d'un caisson de voilure (tâche 6 développée à Concordia).

Le design préliminaire d'une aile d'avion est complexe et comporte plusieurs disciplines qui sont couplées les unes aux autres. Pour une mission de transport commercial, la forme externe et la structure d'une aile doivent tenir compte des effets d'aéroélasticité dans le régime transsonique. Pour obtenir un point de départ basé sur la performance de l'aile, le niveau de détail et la fidélité des analyses doivent être suffisants pour obtenir des solutions fiables. Cependant, pour limiter le temps de calcul, seules quelques disciplines couplées peuvent être prises en compte. Par conséquent, seules les disciplines impliquées dans la prédiction des effets aéroélastiques ayant une influence prépondérante sur la performance sont considérées : la structure et l'aérodynamique. Durant ce projet de recherche, la structure est représentée par un modèle d'éléments finis (FEM) pour lequel les déplacements sont résolus par MSC NASTRAN tandis que l'aérodynamique de l'aile est calculée par FLUENT en faisant la résolution des équations d'Euler. L'objectif de l'optimisation est d'obtenir un design qui va maximiser le rayon d'action en croisière sous une contrainte de portance et sujet à des contraintes structurelles pour un cas de chargement à 2.5g (rafale ascendante). La performance de l'aile dépendant de sa forme externe, de son poids et de ses déformations, l'optimisation est conduite sur des variables de design indépendantes définissant la forme en plan, la taille des composantes structurelles et la forme des profils de l'aile.

En prenant compte de la nature du problème, les méthodes de décomposition peuvent transposer un problème d'optimisation en un autre équivalent (ou quasi-équivalent) mais

plus rapide à optimiser. Dans l'optique du problème étudié dans ce travail, il est proposé d'utiliser des formulations qui facilitent la collaboration entre les disciplines et qui éliminent le travail post-optimisation nécessaire pour résoudre les inconsistences entre les disciplines. Nous avons utilisé deux approches qui répondent à ces critères soient : la distribution du design et/ou des analyses du MDA (analyse multidisciplinaire) en disciplines spécialisées (décomposition multiniveau) et l'ajout de variables auxiliaires et de contraintes de compatibilité (pour découpler le MDA). Cette étude a pour objectif d'appliquer les approches citées ci-dessus au design d'une aile flexible en régime transsonique. Ce travail est la continuité des travaux de Bettinger (2004).

## **Organisation du document**

Ce mémoire résume le travail qui a été réalisé pour mener à terme la tâche 3 du projet MOSAIC : l'exploration de différentes méthodes de décomposition appliquées au problème d'optimisation d'une aile d'avion aéroélastique en régime transsonique. Les différentes parties du travail sont présentées dans l'ordre logique de réalisation. Ainsi, le premier chapitre fait une revue de littérature sur l'aéroélasticité, sur les algorithmes d'optimisation et sur les méthodes de décomposition d'un problème d'optimisation. Par la suite le deuxième chapitre présente les différentes disciplines impliquées dans la résolution du MDA d'une aile aéroélastique en plus de présenter une méthode typique pour résoudre un tel couplage. Le troisième chapitre présente le problème d'optimisation (établissement de la fonction coût, des contraintes et des variables) ainsi que les relations entre les disciplines et décrit en détail les différentes formulations de décomposition qui peuvent s'appliquer au problème traité. De plus, une prédiction des performances approximatives de chaque décomposition est effectuée pour faire ressortir les formulations qui sont le plus aptes à optimiser avec efficacité le problème d'une aile aéroélastique.

Finalement, le quatrième et dernier chapitre résume les performances des différentes méthodes de décomposition qui ont été implémentées et testées. Les vecteurs de design optimaux sont aussi présentés et discutés. Un retour sur le travail effectué ainsi que des suggestions pour des travaux futurs sont présentés en conclusion. Des renseignements supplémentaires sont présentés en annexes.

## **CHAPITRE 1**

### **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

Afin de bien cerner le problème qui fait l'objet de ce mémoire, nous présentons d'abord une courte revue de la littérature. Dans un premier temps, nous abordons brièvement le cycle de design préliminaire d'un avion. Le phénomène d'aéroélasticité est ensuite expliqué ainsi que son influence sur le design d'une aile d'avion. Par la suite, un aperçu du fonctionnement des algorithmes d'optimisation est présenté ainsi que de la démarche suivie pour en choisir un pour la présente étude. Enfin, un survol sur la pertinence des méthodes de décomposition et sur les différentes façons de décomposer un problème d'optimisation est amené.

#### **1.1 Description du cycle de design**

La division d'ingénierie d'une compagnie aéronautique comporte plusieurs groupes de spécialistes qui couvrent de nombreux champs d'applications de l'ingénierie. Seule la combinaison des connaissances et de l'expérience des spécialistes ainsi qu'une étroite communication entre eux fera en sorte qu'un projet sera un succès. Le cycle du design préliminaire pour un avion donne une bonne idée des interactions qui ont lieu entre ces différents départements (voir figure 1.1).

Afin de définir la forme générale extérieure, les dimensions et le poids du futur aéronef, plusieurs itérations doivent être effectuées entre les différents groupes. Cette phase est extrêmement importante car c'est au cours de cette étape que les spécifications de l'avion

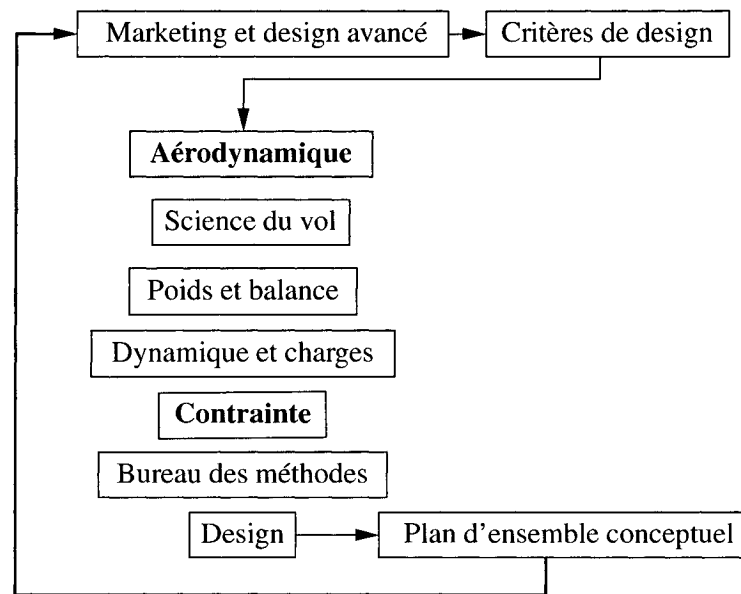


FIG. 1.1 Inter-relations entre les départements chez Bombardier Aérospatiale d'après L'Heureux (2000)

sont définies. Le détail de l'avion n'est pas résolu au cours de cette phase, par exemple, la disposition des rivets est déterminée plus tard à l'étape de la conception détaillée. Si le travail conceptuel est bien fait, la configuration de l'avion ne devrait plus changer par la suite. Comme tous les procédés itératifs, le nombre d'itérations nécessaire pour arriver à une configuration optimale (respectant les requis et objectifs du marketing) dépendra du point de design initial. Ce point de design initial est issu de la phase de conception avancée. Par le passé, ce point pouvait être approximé à partir des compilations des spécifications des avions existants (voir Raymer, 1999, Isikveren, 2003), cependant une façon plus optimale de procéder est de conduire une optimisation préliminaire sur un modèle simplifié de l'avion. Puisqu'une telle analyse tient compte de façon spécifique de la niche de l'appareil dans son design, elle donne nécessairement un meilleur point initial qu'une analyse empirique. De plus, cette méthode permet d'obtenir de bons points de départ pour des configurations non-conventionnelles. Ainsi, il est possible de réduire le nombre d'itérations de la boucle de design préliminaire.

Compte tenu du fait que le point initial du design préliminaire est trouvé au stade conceptuel (analyse généralement de très courte durée), il est nécessaire de trouver un bon point initial en peu de temps. Une optimisation demandant une grande puissance de calcul, il faut par conséquent trouver des moyens pour réduire le temps d'optimisation, cela sans compromettre la précision des résultats, spécifiquement au point de vue de la solution de l'aéroélasticité de l'aile. C'est de cette problématique qu'est venu le besoin d'étudier les méthodes de décomposition.

## 1.2 L'aéroélasticité

L'aéroélasticité est la science qui étudie les interactions entre une structure et les forces qui agissent dessus. Le terme a été utilisé pour la première fois en 1930 par Cox et Pugsley. Elle a été définie plus précisément par Collar en 1947 comme étant *l'étude des interactions mutuelles qui prennent place dans le triangle des forces inertielles, élastiques et aérodynamiques qui agissent sur une structure exposée à un courant d'air ainsi que l'influence de cette étude sur le design* (Collar, 1978).

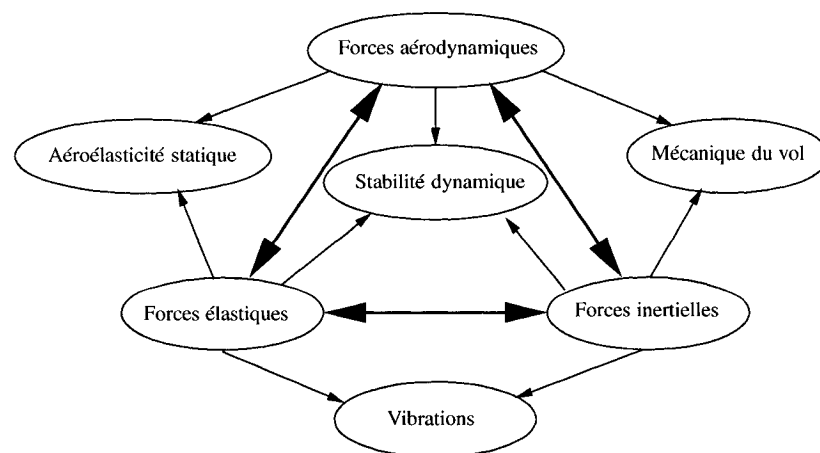


FIG. 1.2 Triangle aéroélastique de Collar

Une aile d'avion n'étant pas complètement rigide, le phénomène aéroélastique survient quand des déformations structurelles induisent un changement des forces aérodynamiques. L'aéroélasticité peut être divisée en deux catégories : statique et dynamique. L'aéroélasticité statique est présente lorsqu'il n'y a pas de forces inertielles en jeu et que les déformations et les forces aérodynamiques atteignent un point d'équilibre. L'aéroélasticité dynamique est représentée par les phénomènes de flottement<sup>1</sup> (flutter) où les changements de forces aérodynamiques font osciller l'aile et le buffètement (buffeting) qui est une vibration de l'aile qui résulte du détachement de l'écoulement ou de l'oscillation d'une onde de choc. Par souci de simplification, nous limitons le cadre de notre étude au mode statique, donc à l'interaction des forces élastiques et aérodynamiques.

En règle générale, le phénomène d'aéroélasticité a pour effet de décroître les performances aérodynamiques d'une aile d'avion. Les forces de pression agissant perpendiculairement aux surfaces, une aile qui subit une déflexion ou une torsion verra une composante de sa portance se transformer en force non portante. Pendant longtemps, les concepteurs d'aéronefs ont tenté de diminuer ce phénomène en faisant des designs d'ailes très peu flexibles, ayant pour conséquence d'augmenter de façon importante le poids de l'aile. Cependant le gain de portance associé à une aile plus rigide n'améliore pas nécessairement la performance de l'aile si la pénalité de poids est trop importante. Il est donc nécessaire de faire un compromis entre le poids et la flexibilité lors du design pour obtenir un design optimum. En tenant compte des effets aéroélastiques dans leur design, Voracek et al. (2003) affirment que les poids de certains avions de chasse ont pu être réduit de 5% à 20%. En considérant les coûts reliés à l'opération d'un avion, cette optimisation prend encore plus de sens. En effet, selon Root (2003), une réduction de 1% de consommation de carburant correspond pour un Boeing 747 à une économie de 100,000 gallons/année/avion.

---

<sup>1</sup>Le phénomène de flottement peut aussi survenir sur d'autres types de structure comme le célèbre pont de Tacoma Narrows.



### 1.3 Résolution du problème d'aéroélasticité

Afin d'évaluer la performance globale d'une aile, il faut être en mesure d'évaluer les différentes disciplines qui composent le problème d'aéroélasticité, soient la structure et l'aérodynamique. Historiquement, les performances d'une aile d'avion étaient prédites à l'aide de tests en soufflerie. Aujourd'hui encore les tests en soufflerie servent à valider les calculs mais afin de limiter les coûts de développement, les prédictions sont calculées numériquement plutôt qu'expérimentalement. De plus, le calcul numérique des performances d'une aile d'avion donne accès à une plage de conditions de vol qui ne pouvaient pas être atteintes en soufflerie pour des simulations à l'échelle 1 : 1 (notamment pour le régime transsonique et les cas de chargement). Il est possible d'évaluer les deux disciplines composant l'aéroélasticité à l'aide d'outils informatiques tel des codes d'aérodynamique (CFD) et de structure (CSD). La CFD et la CSD nécessitent une grande puissance de calcul, cependant l'augmentation considérable des ressources informatiques des dernières années ont rendu plus abordable leur utilisation. La résolution du couplage aéroélastique a déjà été traité dans plusieurs études (e.g., Abdo et al., 2001, Allison & Cavallo, 2003, Bettinger, 2004) et la précision atteinte démontre que cette discipline est maintenant maîtrisée.

Pour solutionner un problème aéroélastique, il est nécessaire de résoudre à la fois les équations de structure et les équations de dynamique des fluides. Pour ce faire, il faut aussi résoudre le couplage entre les deux systèmes d'équations. En effet, il est nécessaire de connaître les déformations pour calculer les forces et il faut connaître les forces pour calculer les déformations. Il est possible de coupler les disciplines aérodynamique et structurelle de deux façons : les méthodes à couplage fort et les méthodes à couplage

faible. Les méthodes à couplage fort consistent à résoudre simultanément les équations de structure et de dynamique des fluides. Les deux systèmes d'équations sont assemblés à l'intérieur d'un seul et sont résolus conjointement. La difficulté d'employer cette méthode provient du fait que les schémas numériques de résolution qui sont propres à une discipline ne s'appliquent pas nécessairement à l'autre discipline. Le couplage faible utilise quant à lui deux systèmes d'équations qui sont résolus chacun par une méthode qui est propre à chaque discipline. La résolution du couplage peut être réalisée de différentes façons, notamment avec l'algorithme du point-fixe. De plus, le couplage faible possède l'avantage d'utiliser des logiciels dédiés à chaque discipline donc plus faciles à obtenir. Puisque la résolution par couplage faible favorise les méthodes de décomposition (à cause de son approche modulaire), elle est préférée pour notre étude.

La précision qui peut être atteinte dans la résolution du problème aéroélastique est directement liée à la précision de chaque discipline. La discipline la plus bruitée est l'aérodynamique. Pour posséder un certain degré de précision, il est nécessaire que le code de CFD soit en mesure de bien capter les effets non-linéaires du régime transsonique (ondes de choc). Pour ce faire, deux types d'équations peuvent convenir pour les prédictions en régime transsonique : les équations d'Euler et les équations de Navier-Stokes (NS). Guruswamy a démontré qu'il était possible d'atteindre une précision de 10% en utilisant les équations d'Euler (Guruswamy, 1990a) et de 5% en utilisant les équations Navier-Stokes (Guruswamy, 1990b). La différence entre les deux types d'équations provient du fait que les équations de Navier-Stokes sont plus aptes à prédire les ondes de choc que les équations d'Euler. Allison & Cavallo (2003) ont aussi remarqué l'importance de la précision de la prédiction de l'onde de choc sur le calcul des performances d'une aile et ont quantifié cette différence sur le calcul du  $C_L$ . Par contre, une prédiction des performances basée sur les équations Navier-Stokes nécessite beaucoup plus de temps de calcul et complexifie la génération du maillage du domaine fluide. Offrant malgré tout

une précision acceptable, les équations de Euler sont considérées dans notre étude.

Pour la discipline structurelle, plusieurs méthodes s'offrent à nous pour calculer les déformations, notamment l'utilisation d'un modèle d'éléments finis (FEM) ainsi que celui d'un modèle équivalent d'éléments finis (stick model). Un FEM équivalent pourrait servir à calculer les déformations (Abdo et al., 2003a) si le design de l'aile était fixe mais puisque que nous sommes dans un contexte d'optimisation, un FEM complet est nécessaire afin de procéder au dimensionnement de chaque élément structurel.

#### **1.4 Détermination d'un indice de performance**

Afin de jauger la performance d'un design d'aile, il faut être à même de quantifier cette performance. Dans un contexte d'optimisation, on appelle fonction coût ou objectif un tel indice de performance. Il existe plusieurs critères pouvant décrire l'efficacité d'une aile, certains plus globaux que d'autres. La plus globale est certainement l'évaluation des coûts d'opération ("cash operating costs ou COC"). Cette mesure de performance fait intervenir la vitesse de vol, les performances aérodynamiques, la quantité de carburant utilisée ainsi que les coûts reliés aux personnels de bord. Avec cette mesure, il peut s'avérer judicieux de faire voler l'avion plus vite que la vitesse qui maximise le rayon d'action pour diminuer le temps de vol et ainsi économiser sur le salaire des employés. Cependant, cette fonction coût comporte beaucoup d'éléments qui sont extérieurs au design même de l'aile (vitesse, salaire des employés) et fait appel à plusieurs données non-publiques.

Un type de fonction coût qui est plus envisageable dans une approche "ingénieur" est

de maximiser le rayon d'action. Selon Grenier (2003), le rayon d'action d'un avion en milles nautiques (à nombre de Mach constant) peut être calculé de la façon suivante :

$$R = ((661.5 \cdot \theta^{0.5})/SFC)(ML/D)\ln(W_1/W_2) \quad (1.1)$$

où  $\theta$  représente le ratio de température ( $T/T_0$ ), SFC est la consommation de carburant spécifique ("specific fuel consumption"), M est le nombre de Mach, L et D sont la portance et la traînée et  $W_1$  et  $W_2$  sont respectivement les poids au début et à la fin du segment de croisière.

Cette équation est connue sous le nom d'équation de Bréguet. Elle quantifie la distance maximale franchissable par un avion pour un vol en croisière ("maximum cruise range" ou MCR). En plus de sa facilité à être implémentée, cet objectif constitue une évaluation réaliste de la performance d'une aile d'avion. Elle considère seulement les deux disciplines les plus importantes soient l'aérodynamique et la structure (nous considérons ici que la discipline reliée aux moteurs est constante). De plus, l'analyse peut être réalisée uniquement sur l'aile et non pas sur une configuration aile-fuselage. Cette schématisation est justifiée car l'effet du fuselage sur l'écoulement autour de l'aile peut être négligé à la phase conceptuelle en plus de faciliter grandement le maillage. Par ailleurs, nous pouvons encore simplifier la fonction coût utilisée en considérant des conditions de vol constantes. Finalement, pour simplifier davantage le problème global, nous ne considérons pas les phases de montée et de descente puisqu'elles nécessiteraient d'autres équations et qu'elles multiplieraient le temps de calcul de façon non négligeable.

## 1.5 Méthodes d'optimisation

Il existe plusieurs approches d'optimisation et le choix d'une méthode est souvent relié à la spécificité du problème étudié. Commençons tout d'abord par énoncer la formulation

typique d'un problème d'optimisation :

$$\begin{aligned} & \min_x f(x) \\ \text{sous contrainte : } & g_i(x) \geq 0, i=1, \dots, l \\ & h_j(x) = 0, j=1, \dots, m \\ & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (1.2)$$

où  $f(x)$  est la fonction coût à minimiser,  $x$  est le vecteur des variables de design de dimension  $n$ , les  $g_i(x)$  sont les  $l$  contraintes d'inégalité, les  $h_j(x)$  sont les  $m$  contraintes d'égalité et les  $x_i^L$  et  $x_i^U$  sont respectivement les bornes inférieures et supérieures de chacune des variables de design.

Le choix d'un algorithme d'optimisation dépend des caractéristiques du problème à optimiser. L'arbre décisionnel (voir la figure 1.3) montre les différents champs d'optimisation existants et aide à choisir le type d'algorithme à utiliser. Le problème à l'étude étant caractérisé par des variables de design continues, la non-convexité et des contraintes non-linéaires, les choix d'algorithmes sont limités. Deux grandes classes d'algorithmes sont cependant en mesure de répondre aux besoins : les algorithmes métaheuristiques et les algorithmes à gradients.

Les algorithmes métaheuristiques sont des algorithmes stochastiques et itératifs qui progressent vers un optimum par l'échantillonnage d'une fonction objectif<sup>2</sup> et comprennent entre autres les algorithmes génétiques (AG). Basés sur des concepts d'exploration, d'exploitation et d'apprentissage, ces algorithmes progressent vers l'optimum en sélectionnant les meilleurs designs à chaque génération. La tâche 2 du projet MOSAIC consiste

<sup>2</sup>selon <http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9taheuristique>

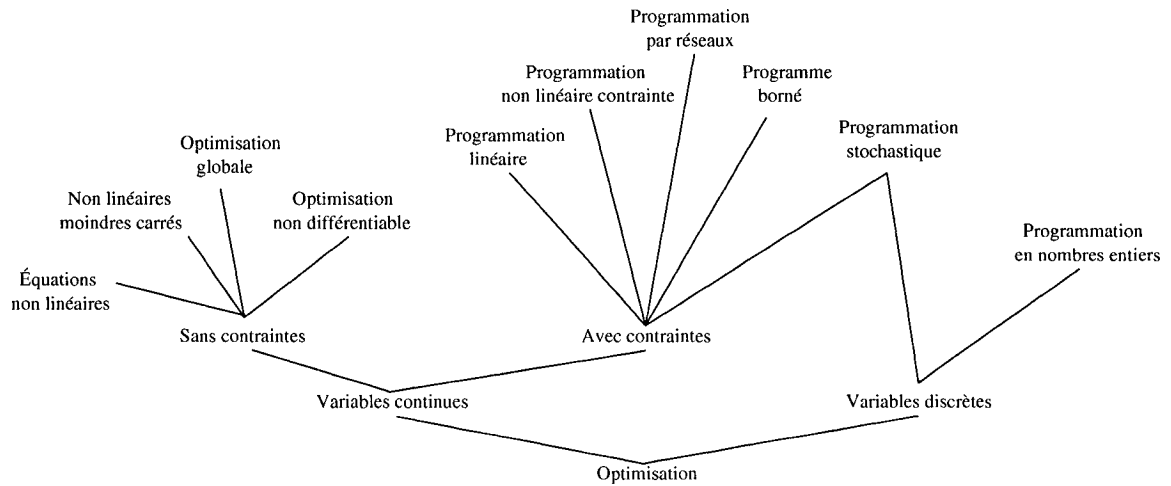


FIG. 1.3 Taxinomie des algorithmes d'optimisation en fonction du type de problème (d'après NEOS, 2006))

d'ailleurs à développer un tel algorithme<sup>3</sup>. Un algorithme de type AG a déjà été utilisé avec succès par Perez et al. (2000) afin d'optimiser le caisson de voilure d'une aile d'avion. Cette étude ne prend cependant pas en compte le phénomène aéroélastique et consiste simplement à optimiser la structure pour minimiser le poids au décollage. Les types d'analyses et surtout le temps requis pour effectuer ces analyses ne sont donc pas représentatifs de ceux utilisés dans notre étude. Les algorithmes à gradients utilisent quant à eux les gradients de la fonction coût par rapport à chacune des variables pour trouver une direction de descente. Par conséquent, la fonction coût doit être continuellement différentiable. Pour les fonctions coûts issues de boîtes noires (comme le problème à l'étude), les dérivées ne peuvent être déterminées analytiquement. Il faut donc procéder à l'évaluation des gradients par différences finies, c'est-à-dire qu'une itération de l'optimiseur pour un problème à  $n$  variables nécessite avec un schéma de différence amont  $n + 1$  évaluations de la fonction coût. La plupart des études qui ont été réalisées sur l'optimisation aéroélastique d'une aile d'avion (Cramer et al., 1993, Kroo et al., 1994) ont été conduites avec de tels algorithmes. On peut aussi souligner le développement des méthodes adjointes appliquées au processus d'optimisation (Leoviriyaki & Jameson, 2004).

<sup>3</sup>logiciel NOMAD, <http://www.gerad.ca/NOMAD/>

Ces méthodes peuvent évaluer la valeur de la fonction coût et de tous ses gradients en seulement 2 évaluations et vont nécessairement rendre encore plus intéressant les algorithmes d'optimisation à gradients.

Le choix de la méthode d'optimisation conditionne de façon importante l'efficacité de l'optimisation. La performance d'un algorithme sera principalement déterminée par le nombre d'évaluations de la fonction coût. Vanderplaats (1999) a utilisé différents algorithmes sur un problème d'optimisation qui consistait à minimiser la masse d'une barre sous des contraintes géométriques et structurelles. Il a ainsi démontré que les algorithmes à gradients étaient les meilleurs pour ce type de problème. Le problème à l'étude étant similaire à celui de Vanderplaats, il est attendu qu'un algorithme à gradients soit aussi le plus efficace. Un tel algorithme est parfaitement applicable à notre problème car la fonction coût est continuellement différentiable et que les variables sont continues. Certaines des décompositions qu'il est prévu de tester font appel à des sous-optimisations (décompositions à plusieurs niveaux). Pour le problème à l'étude, nous prévoyons regrouper les variables structurelles sur un même niveau et conduire une sous-optimisation purement structurelle pour chacune des configurations géométriques que l'optimiseur maître demandera. Comme il a précédemment été établi qu'un algorithme à gradient serait utilisé au niveau maître, un optimiseur à gradients est encore une fois préférable aux sous-optimisations car il est généralement reconnu qu'il est supérieur pour des décompositions à plusieurs niveaux. Cette meilleure efficacité des algorithmes à gradient pour les sous-optimisations provient du fait qu'elles donnent une information plus précise à l'optimiseur maître qu'avec les algorithmes métaheuristiques.

Il est à noter que pour des analyses complexes il est presque impossible de trouver avec certitude un optimum global et qu'il est plus probable de trouver un optimum local. Pour éviter ce problème, il est prévu de partir d'une configuration pour laquelle, grâce

aux connaissances empiriques, nous pensons qu'elle est déjà proche de l'optimum. Cette dernière hypothèse de travail fait encore une fois pencher la balance du côté des algorithmes à gradient puisque lorsque que nous sommes près de l'optimum, ils sont presque toujours les plus efficaces.

Les algorithmes à gradients fonctionnent en itérant sur le vecteur de design. L'objectif est d'utiliser le sens physique des gradients pour trouver une direction de descente à la fonction coût. Le vecteur de design courant ( $x_k$ ) est modifié en pondérant la direction de descente  $d_k$  par un coefficient  $\alpha$ . En faisant varier  $\alpha$  on obtient différentes valeurs de  $x_{k+1}$  jusqu'à vérifier un critère de descente suffisante ; cette méthode est appelée recherche de ligne.

$$x_{k+1} = x_k + \alpha d_k, \alpha > 0 \quad (1.3)$$

L'algorithme de base pour déterminer la direction de descente s'appelle la méthode de Newton et est tiré du développement en série de Taylor de  $f(x)$  aux alentours de  $x_0$  (Fortin, 2001) :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + O((x - x_0)^2) \quad (1.4)$$

Si nous attribuons une valeur de 0 à  $f(x)$  et que nous négligeons les termes d'ordres supérieurs, il s'ensuit que le pas à appliquer pour passer de  $x_0$  à  $x$  est égal à :

$$\delta x = -f(x)/f' = -f(x)/\nabla f(x) \quad (1.5)$$

Dans un contexte d'optimisation, ce n'est pas  $f(x)$  que nous voulons égal à 0 mais bien  $\nabla f(x)$  (une condition nécessaire d'optimalité). On applique donc le développement de



Taylor à la première dérivé.

$$f'(x) = f'(x_0) + f''(x_0)(x - x_0) + O((x - x_0)^2) \quad (1.6)$$

avec  $f''$ , le hessien  $H(x)$  de la fonction. L'équation 1.5 devient donc :

$$d_k = -\nabla f(x_k)/H(x_k) \quad (1.7)$$

La direction de descente est donc calculée par l'équation 1.7 si  $H(x)$  est semi-défini positif. Advenant que le hessien soit défini négatif, nous prenons  $-d_k$  comme direction de descente.

Le calcul par différences finies d'un hessien étant très exhaustif et aussi très bruyé, une approximation du hessien est faite plutôt qu'un calcul exact. L'approximation du hessien est souvent initialisée par la matrice identité et est mise à jour selon différentes méthodes (la plus connue étant BFGS). Les méthodes utilisant cette technique sont appelées quasi-Newton.

Le type d'algorithme présenté ci-haut ne tient cependant pas compte des contraintes d'inégalité et d'égalité de l'optimisation. Pour ce faire, la fonction  $f(x)$  est remplacée par le Lagrangien qui est exprimé par la fonction :

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) - \sum_{j=1}^l \mu_j g_j(x)$$

où  $\lambda_i$  et  $\mu_j$  sont les multiplicateurs de Lagrange.

Un point optimal ( $x^*$ ) doit respecter certains critères. Tout d'abord la condition d'opti-

malité nécessaire du premier ordre pour laquelle un point qui la satisfait est appelé un point de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). De plus, pour s'assurer d'avoir un minimum local et non pas un maximum local ou un point-selle, il faut aussi vérifier la condition suffisante du 2<sup>e</sup> ordre (Orban, 2005).

Les principales techniques utilisées pour résoudre ce type de problèmes sont la méthode des gradients réduits, la programmation séquentielle linéaire (SLP), la programmation séquentielle quadratique (SQP), ainsi que les méthodes basées sur les Lagrangiens augmentés et sur les fonctions de pénalité exacte (selon NEOS, 2006)). Schittkowski (1985) a montré sur un grand nombre de problèmes tests que la méthode SQP était en général supérieure aux autres lorsque plusieurs contraintes linéaires étaient présentes. L'algorithme SQP est une généralisation du problème présenté ci-haut. La direction de descente n'est cependant pas calculée directement avec les gradients et le hessien comme pour la méthode de Newton de base. La direction de descente est issue de l'optimisation d'une approximation quadratique du problème au point courant  $k$  de l'itération et en remplaçant les contraintes par des approximations linéaires.

$$\begin{aligned} \min_d \quad & q_k(d) = \nabla f(x^k)^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \\ \text{sous contrainte : } \quad & \nabla h_i(x^k) d + h_i(x) = 0, i=1, \dots, m \\ & \nabla g_j(x^k) d + g_j(x) \geq 0, j=1, \dots, l \end{aligned} \tag{1.8}$$

Idéalement  $B_k$  est le hessien du lagrangien mais comme dit précédemment, il est souvent approximé à partir de  $B_0 = I$  et pour être ensuite affiné par différentes méthodes au fil des itérations.

Enfin, la méthode d'optimisation considérée pour l'étude est un optimiseur à gradient

appelé DONLP2 implémentée avec l'algorithme SQP par Spellucci (1999). La mise à jour du hessien est faite par la méthode de Pantoja-Mayne et la recherche de ligne est une recherche linéaire d'Armijo.

## 1.6 Les méthodes de décomposition

La conduite d'une optimisation d'un design d'une aile d'avion repose sur des analyses complexes et qui sont souvent couplées entre elles. Une optimisation faite sur de telles analyses nécessite par conséquent beaucoup de temps. Dans le but d'accélérer le processus de résolution du problème, des méthodes mathématiques de décomposition peuvent être mises en œuvre pour permettre le fractionnement ou le découplage du processus de résolution. Le problème d'optimisation décomposé doit être si possible mathématiquement équivalent au problème d'optimisation original mais pourra, par certaines propriétés (réduction du transfert d'informations entre les disciplines, disparition des boucles de grandes envergure, parallélisation), être plus facile à résoudre. Bien que les méthodes de décomposition ont été utilisées depuis près de trente ans dans le domaine du contrôle de l'intelligence artificielle<sup>4</sup>, leur application aux problèmes d'optimisation est un peu plus récente. Les premières applications des méthodes de décomposition à des problèmes d'optimisation ont été réalisées au début des années 1990, notamment par Ilan Kroo, de l'université Stanford. L'efficacité de ces méthodes varie d'un problème à l'autre et dépend d'une multitude de facteurs (nombre de variables, nombre de disciplines, intensité du couplage, etc.). L'emploi de méthode de décomposition peut améliorer l'efficacité de l'optimisation comparativement à une formulation non-décomposée, non seulement en terme de temps de calcul mais aussi en terme de fonction coût. Il faut cependant faire attention car les méthodes de décomposition ne sont pas applicables à tous les problèmes et

---

<sup>4</sup>[http://en.wikipedia.org/wiki/Decomposition\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Decomposition_method)

lorsqu'un problème peut être décomposé, ce n'est pas toutes les décompositions qui sont envisageables (Alexandrov & Lewis, 2000). Mentionnons par exemple la méthode de pénalité inexacte (inexact penalty decomposition ou IPD) proposée par De Miguel (2001) qui semble avoir un bon potentiel. Cependant une étude conduite par Dubé et al. (2003) démontre que ce type de décomposition ne s'applique pas bien au problème de l'aéroélasticité d'une aile d'avion. Une autre méthode qui n'est pas envisageable pour notre problème est la méthode de décomposition DO ("distributed optimizations") proposée par Tribes et al. (2004). Bien qu'il soit attendu qu'elle soit efficace pour des optimisations à large vecteur de design, il est anticipé que les sous-optimisations aérodynamiques requises par cette décomposition seraient trop coûteuses en terme de temps. Cramer et al. (1993) et Alexandrov & Lewis (1999) établissent certains critères pour classer, évaluer et choisir les différentes approches possibles pour résoudre des problèmes d'optimisation multidisciplinaires. La liste des principaux critères est longue : la facilité à résoudre le MDA, l'équivalence des formulations et l'influence de ces formulations sur les conditions d'optimalité et la qualification des contraintes (des exemples de cas pathologiques avec l'algorithme CO sont montrés par De Miguel & Murray (2000) et Alexandrov & Lewis (2000)), la facilité d'implémentation, la capacité de paralléliser les calculs, l'intensité du couplage qui, s'il est trop fort, peut nuire à l'utilisation de variables et de contraintes auxiliaires, le nombre de variables par optimiseur, le type d'algorithme utilisé, le travail par itération versus l'efficacité de la décomposition.

Les analyses qui sont faites en aéronautique possèdent souvent des designs multidisciplinaires de grande envergure, par conséquent, beaucoup d'études sur la MDO et les méthodes de décomposition se rapportent au domaine de l'aéronautique. Plusieurs études ont même déjà été réalisées sur l'optimisation du design d'un avion ou d'une aile d'avion (Kroo et al., 1994, Sobieski & Kroo, 1996, Abdo et al., 2005) en utilisant une méthode de décomposition. Dubé et al. (2003) ont testé différentes méthodes de décomposition sur le problème aéroélastique d'une aile d'avion mais ils le font en utilisant des modèles très simplifiés pour représenter les déformations structurelles et l'aérodynamique.

La présente étude vise à faire de même mais avec des analyses qui sont plus réalistes, comparables à ce qui se fait dans l'industrie, tant au niveau de la précision atteinte par les analyses que par les temps d'analyse des disciplines (élément crucial dans la performance d'une méthode de décomposition).

Les décompositions étudiées sont choisies afin de promouvoir la collaboration entre les disciplines et d'éliminer la phase d'étude des compromis ("trade-off studies") nécessaire pour faire disparaître les inconsistances entre les disciplines. Pour notre problème, deux façons de décomposer un problème favorisent ces caractéristiques : la distribution en plusieurs niveaux des analyses du MDA et le découplage. Supposons un problème d'optimisation non-décomposé à deux disciplines ( $A_1$  et  $A_2$ ) avec une fonction coût  $F$  et des contraintes  $c$  et ayant des variables globale ( $s$ ), locales ( $l_1$  et  $l_2$ ) et des variables couplées ( $a_1$  et  $a_2$ , les forces et les déformations dans notre cas). Les variables couplées peuvent être obtenues en résolvant le système d'équations suivant :  $a_1 = A_1(s, l_1, a_2)$  et  $a_2 = A_2(s, l_2, a_1)$ . La formulation non-découplée d'un tel problème s'appelle une optimisation complètement intégrée (FIO) et s'écrit à la manière du problème 1.9, les \* dénotant un couplage résolu.

$$\begin{aligned} \min_{s, l_1, l_2} \quad & F(a_1^*, a_2^*) \\ \text{sous contrainte : } \quad & c(a_1^*, a_2^*) \geq 0 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Le couplage peut être résolu par différentes stratégies, par exemple notre étude utilise la méthode du point-fixe.

La première façon de transposer le problème consiste à découpler le problème MDA en ajoutant des variables auxiliaires ( $t$ ) et des contraintes de compatibilité. Les travaux de Cramer et al. (1993) sont à l'origine de ce type de décomposition. Les variables couplées sont calculées à partir des variables auxiliaires comme suit :  $a_1 = A_1(s, l_1, t_2)$  et  $a_2 =$

$A_2(s, l_2, t_1)$ . Les disciplines sont donc rendues indépendantes l'une de l'autre. Comme il est illustré au problème 1.10, la consistance entre les disciplines (donc entre variables auxiliaires et variables couplées) est assurée par les contraintes de compatibilité. Ce type de décomposition est appelé optimisation avec analyses distribuées (DAO).

$$\begin{aligned} \min_{s, l_1, l_2, t_1, t_2} \quad & F(a_1, a_2) \\ \text{sous contrainte : } \quad & c(a_1, a_2) \geq 0 \\ & t_1 - a_1 = 0 \\ & t_2 - a_2 = 0 \end{aligned} \tag{1.10}$$

La figure 1.4 montre que c'est l'optimiseur qui est en charge de donner des cibles à chaque discipline de façon à ce que les infaisabilités entre les disciplines disparaissent et que le couplage soit résolu au cours du processus d'optimisation. Le couplage n'est donc pas résolu à chaque itération (il le sera toutefois pour toutes solutions qui respectent les contraintes de compatibilité), c'est pourquoi la fonction coût  $F(a_1, a_2)$  n'est pas dénotée par des \*. Une telle méthode est efficace si le nombre d'appels à la fonction coût supplémentaire dû à l'ajout de variables auxiliaires est inférieur au nombre d'appels de la fonction coût requis pour résoudre le MDA par la méthode du point-fixe.

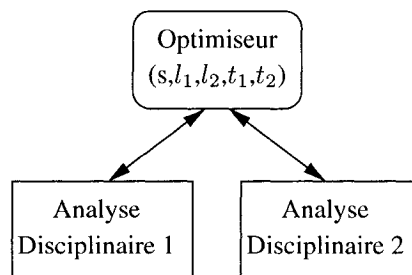


FIG. 1.4 Décomposition par découplage

La deuxième façon de transposer le problème consiste à distribuer le problème en plu-

sieurs niveaux (décomposition hiérarchique) et de grouper les variables selon leur appartenance aux disciplines. Un problème d'optimisation est résolu pour chaque sous-groupe. La figure 1.5 montre comment interagissent les différents niveaux : l'optimiseur maître travaille directement sur les variables globales (problème 1.11) et pour chaque évaluation faite en recherche de ligne ou lors du calcul des gradients des variables  $s$ , une sous-optimisation (problème 1.12) est effectuée sur les variables locales de chaque sous-problème.

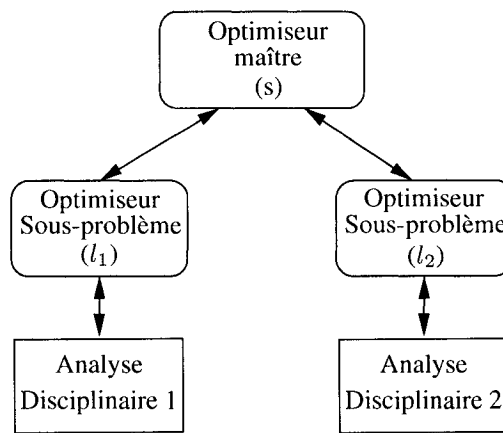


FIG. 1.5 Décomposition hiérarchique

$$\begin{aligned} \min_s \quad & F(a_1^*, a_2^*) \\ \text{sous contrainte : } & c(a_1^*, a_2^*) \geq 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} \min_{l_i} \quad & F_i(x) \\ \text{sous contrainte : } & c_i(x) \geq 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Chaque niveau a ses propres variables, fonction coût et contraintes. Les variables locales qui ont été optimisées aux sous-niveaux ( $l_1^+$  et  $l_2^+$ ) sont utilisées comme para-

mètres au niveau maître pour résoudre le couplage. Les fonctionnelles permettant de calculer les variables couplées sont donc énoncées comme suit :  $a_1 = A_1(s, l_1^+, a_2)$  et  $a_2 = A_2(s, l_2^+, a_1)$ . La décomposition du problème d'optimisation du MDA en sous-problèmes d'optimisation des disciplines permet un design collaboratif entre les spécialistes (i.e., chaque sous-optimiseur), il est donc attendu que cette méthode soit appropriée pour les designs où les disciplines sont très liées aux sous-problèmes. Dans cette stratégie les sous-problèmes communiquent seulement avec l'optimiseur maître. C'est l'optimiseur maître qui a pour but de trouver le meilleur compromis.

Enfin, notons qu'il est aussi possible de combiner les deux méthodes de décomposition présentées ci-haut. Les détails des formulations étudiées dans ce travail et qui utilisent les différentes stratégies mentionnées ci-haut sont données au chapitre 3.



## CHAPITRE 2

### ANALYSE AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE AILE SIMPLIFIÉE

Comme son nom l'indique, l'analyse aéro-structurale comporte deux disciplines, soient l'aérodynamique (performance) et l'analyse structurelle (résistance). Comme nous l'avons vu précédemment, ces deux disciplines sont couplées l'une à l'autre : les charges appliquées sur l'aile dépendent de l'aérodynamique et cette dernière dépend de la déformation de l'aile, elle-même reliée aux charges. Les solutions des disciplines sont donc interdépendantes. La manière de résoudre le problème MDA est expliquée plus loin dans ce chapitre mais afin de mieux le comprendre nous allons tout d'abord nous attarder à la description de l'aile utilisée pour les calculs ainsi qu'à la modélisation de chacune des disciplines. Il est à noter que les modèles utilisés sont volontairement simples puisque l'objet de cette thèse est de démontrer l'efficacité des méthodes de décomposition sur le problème d'une aile aéro-élastique.

#### 2.1 Description de l'aile modélisée

La définition de la forme de l'aile est basée sur le travail de Marier (2005) qui a développé une paramétrisation pour la représentation de la surface extérieure d'une aile transsonique. Cette paramétrisation s'appuie sur des grandeurs physiques, appelées paramètres d'ingénierie, qui permettent la construction géométrique complète de l'aile. Ces paramètres d'ingénierie représentent pour la plupart des grandeurs qui sont couramment utilisées en aéronautique telles la corde, la flèche, l'envergure, etc. Les paramètres représentant la forme en plan sont illustrés à la figure 2.1. Il est à noter que les axes utilisés

sont les axes géométriques de l'aile :  $x$  pour le roulis,  $y$  pour le tangage et  $z$  pour le lacet, l'origine étant le bord d'attaque de l'emplanture. Les surfaces de l'aile sont créées à partir de 3 courbes guides qui représentent les profils 2D à l'emplanture, à la cassure et au saumon. Afin de créer les surfaces, ces courbes guides sont interpolées selon l'envergure. Dans notre analyse, nous ne considérons pas de cassure sur l'aile. Nous faisons plutôt une interpolation linéaire entre l'emplanture et le saumon, les paramètres de la cassure sont donc dépendants des deux autres profils guides. Cette façon de faire est choisie car le module structurel ne tient pas compte de la cassure. La modification de ce module nécessiterait beaucoup de temps et ne servirait pas à mieux démontrer l'efficacité des méthodes de décomposition et n'a par conséquent pas été réalisée.

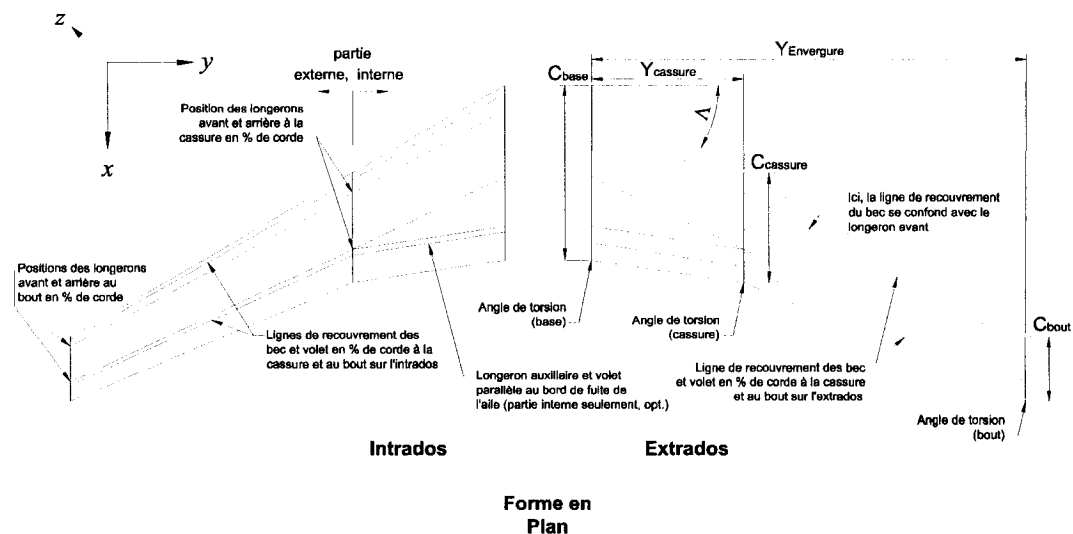


FIG. 2.1 Identification des paramètres géométriques pour définir la forme en plan

Les courbes guides sont quant à elles une suite de B-splines. Ces B-splines sont définies par des paramètres géométriques tels la pente et le rayon de courbure en certains points de la courbe et avec les angles du bord de fuite. Le détail des paramètres décrivant la forme 2D d'un profil est montré à la figure 2.2.

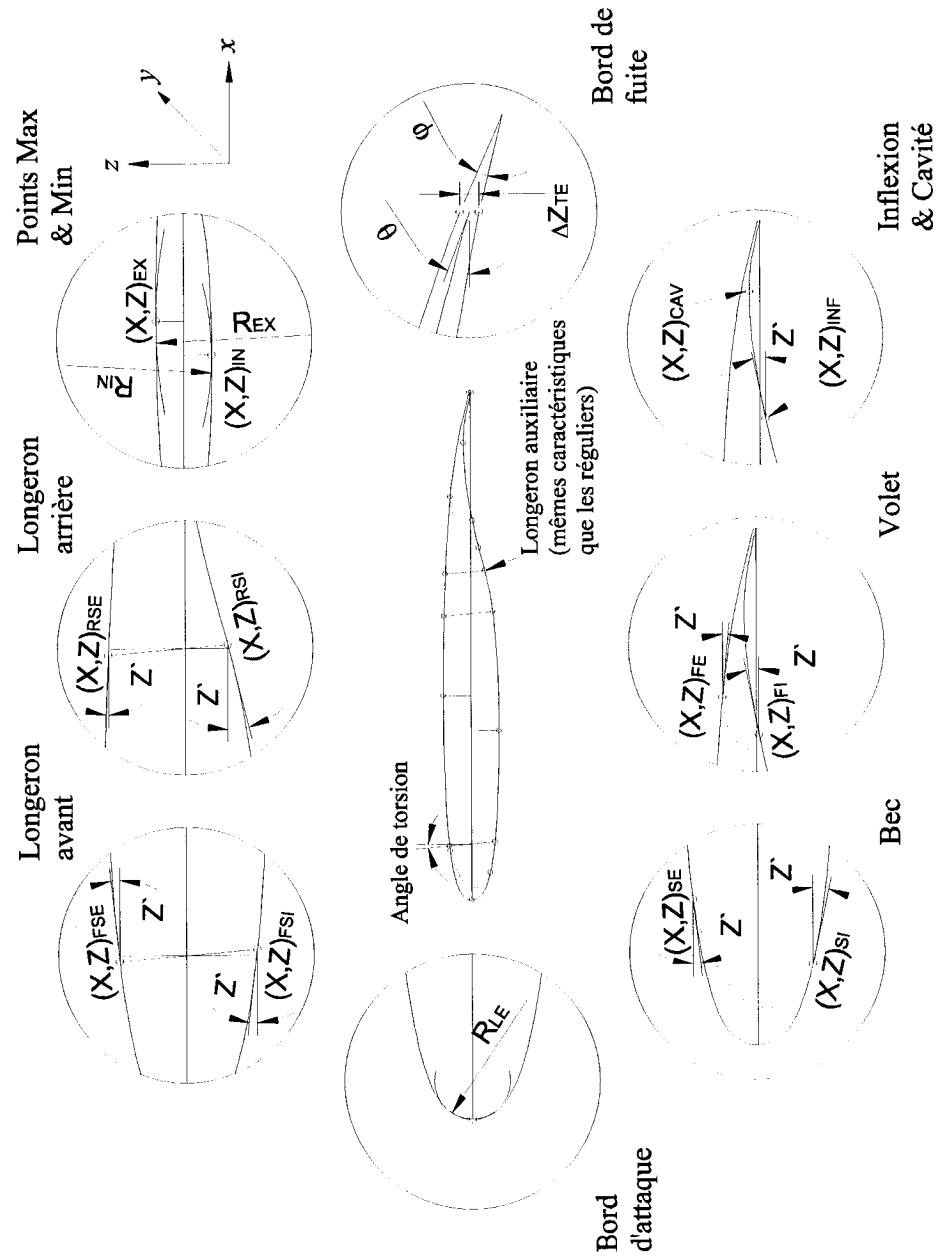


FIG. 2.2 Identification des paramètres géométriques pour définir un profil aérodynamique 2D

Afin de pouvoir varier le degré de complexité de la définition des profils, les différentes contraintes de forme sont classées par couche. Il est possible d'allumer ou d'éteindre les différentes couches selon le degré de détail et le contrôle voulus. La classification des points clés selon leur numéro de couche est présentée à la figure 2.3. Dans le cadre de notre analyse, les couches de base (bord de fuite, bord d'attaque, point minimum, point maximum) et de structure (longerons avant/arrière) sont utilisées.

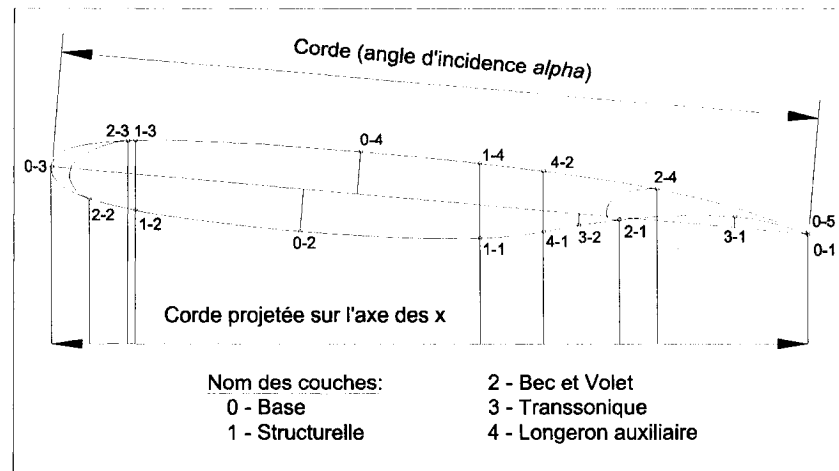


FIG. 2.3 Identification des différentes couches de paramètres pour contraindre une station d'aile

En sortie, le module de construction géométrique produit une discrétisation de points en plusieurs sections de l'aile. Le module aérodynamique utilise directement ces points pour la construction du maillage fluide alors que le module structurel construit son propre maillage en prenant seulement comme entrée du module de paramétrisation des profils à l'emplanture et au saumon. La différence dans les méthodes de construction est expli-

quée par le fait que le module structurel a été codé avant le module de paramétrisation. Ces manières non-analogues de construire la voilure ont eu pour conséquence qu’une même variable pouvait avoir des définitions différentes selon les modules. Ce problème survient aussi dans la littérature selon la philosophie de construction employée. Lorsqu’il est question de profil 2D, la définition de la corde est la distance entre le bord de fuite et le point qui en est le plus éloigné alors que pour une aile 3D, la corde a généralement pour définition la projection en  $x$  de la corde 2D. Le module structurel étant basé sur une extrusion de profil 2D et le module de paramétrisation étant basé sur une approche 3D, des géométries des deux disciplines basées sur des mêmes variables d’entrée seraient différentes. Pour maintenir une certaine cohérence, les définitions utilisées sont celles du module de paramétrisation. Les entrées du module structurel sont par conséquent modifiées pour qu’au final les géométries des modules structurel et aérodynamique soient les mêmes. La figure 2.4 montre la superposition des profils à l’emplanture, au milieu et au saumon de l’aile.

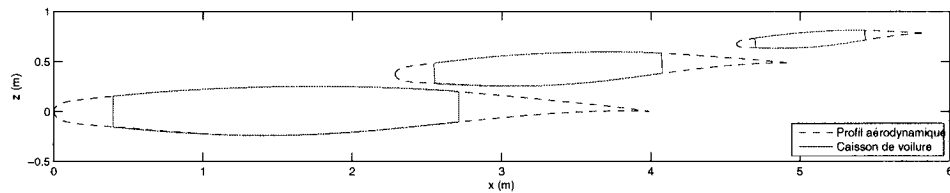


FIG. 2.4 Superposition des profils structuraux et aérodynamiques à l’emplanture, à la cassure et au saumon

En plus des paramètres déterminant la forme en plan et la forme des profils, l’aile doit être définie structurellement. La définition structurelle de l’aile étant intimement liée à la modélisation des composantes structurelles, ces points seront tous deux l’objet de la prochaine section.

## **2.2 Analyse structurelle**

Afin de bien quantifier les déformations de l'aile dues aux charges aérodynamiques, le logiciel d'éléments finis MSC NASTRAN est utilisé. Cette section présente les composantes structurelles que l'on retrouve généralement dans une aile, les types d'efforts présents dans le caisson de voilure et conséquemment, le choix des éléments de NASTRAN qui permettent la transposition de la structure réelle en un modèle d'éléments finis adapté.

### **2.2.1 Les composantes structurelles d'une aile et leurs fonctions**

De nos jours, bien que toutes les ailes soient différentes les unes des autres de par leur allongement, leur effilement et leurs profils, elles comportent pour la plupart le même type et la même disposition des éléments structuraux. Cet arrangement appelé caisson de voilure, est répété pour former l'aile et comprend les éléments standards d'une aile, soient les longerons, les lisses, les nervures et les peaux (voir figure 2.5). Chacun de ces éléments a des fonctions bien particulières :

- Longerons : leur fonction première est de supporter l'effort tranchant induit par la portance, ils sont donc conçus en premier lieu pour résister au cisaillement mais ils travaillent aussi contre le moment de flexion (avec leurs semelles) et contre le moment de torsion.
- Lisses (raidisseurs) : leur rôle consiste à résister au moment de flexion, leur design est donc fait pour soutenir des charges axiales en tension/compression. Ils peuvent aussi reprendre certaines forces des peaux afin d'éviter leur défaillance.

- Peaux : la fonction principale des peaux est de résister à la torsion de l'aile, elles sont donc principalement conçues pour résister en cisaillement. Elles ont aussi comme rôle secondaire de résister au moment de flexion. Ce sont les peaux qui transfèrent les forces aérodynamiques au reste de la structure.
- Nervures : elles ont pour tâche de rigidifier la géométrie du profil, ce dans le but de conserver une forme aérodynamique. Elles permettent aussi de redistribuer la force de portance ainsi que le moment de torsion à toutes les composantes de l'aile.

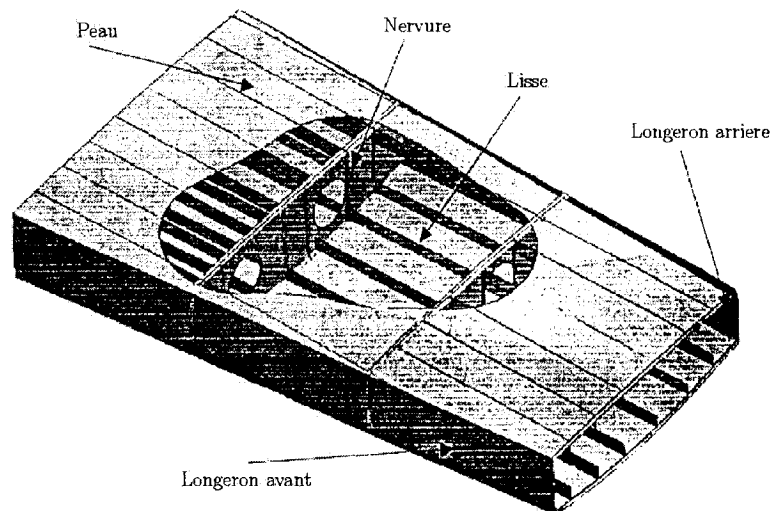


FIG. 2.5 Composition du caisson de voilure (d'après L'Heureux, 2000)

### 2.2.2 Forces appliquées sur l'aile

Lorsqu'un écoulement se forme autour de la voilure d'un avion, on distingue principalement deux types de forces : la portance (composante en  $z$  de la force) et la traînée (composante en  $x$  de la force). Ces forces sont dues aux variations de pression statique à l'intrados et à l'extrados de l'aile. Cette sous-section traite du calcul de ces forces et de leur imposition sur la structure.

### 2.2.2.1 Calcul des efforts

En intégrant la distribution de pression sur la surface de l'aile, il est possible de calculer une force résultante qui agit au centre de pression. Il est généralement convenu que le centre de pression est localisé aux alentours du quart de corde. Cependant, l'application des forces au centre de pression pose problème puisque celui-ci changera d'emplacement selon les conditions de vol, il serait donc nécessaire de le recalculer à chaque fois que la condition de vol change (croisière, rafale ascendante à 2,5g). Il est beaucoup plus pratique de choisir un endroit qui ne dépendra que de la structure. Deux points peuvent nous venir à l'esprit : le centre de gravité (**cg**) et le centre de cisaillement (**cc**). Rappelons que le centre de cisaillement est le point où le moment de flux de cisaillement est équilibré par le moment des efforts tranchants (selon Bazergui et al., 1993). En d'autres termes, si une force est appliquée en cet endroit, aucun moment de torsion ne sera produit (voir la figure 2.6). Cette deuxième option est choisie puisqu'il existe dans le logiciel NAS-TRAN un élément rigide qui peut redistribuer les forces dans la structure à partir du cc. Notons aussi que pour des sections symétriques, les centres de gravité et de cisaillement se superposeront. Bettinger (2004) a effectué la validation du code du calcul du centre de cisaillement.

Puisque l'analyse est effectuée au stade de conception préliminaire, il est justifiable de n'utiliser que les degrés de liberté du déplacement selon l'axe  $z$  et des rotations selon  $x$  et  $y$ . Les forces agissant sur l'aile vont créer divers efforts dans la structure : un effort tranchant, un moment de flexion et un moment de torsion. En considérant les conditions d'équilibre statique et les conditions aux rives d'une poutre encastree-libre (emplanture encastree et saumon libre), il est possible de connaître les efforts en tout point de l'aile :



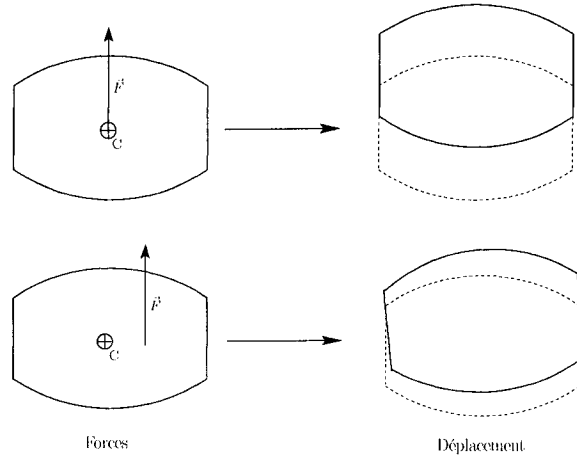


FIG. 2.6 Centre de cisaillement (selon Bettinger, 2004))

- L'effort tranchant agissant à un endroit est tout simplement l'intégrale de la distribution de portance  $l(y)$  du bout de l'aile à la position du point (voir figure 2.7). Tel que mentionné auparavant, nous négligeons les efforts tranchants agissant selon  $x$  et  $y$ .

$$V(\xi) = \int_{s-\xi}^s l(y) dy \quad (2.1)$$

- Le moment de flexion produit à un endroit est par définition l'intégrale de l'effort tranchant  $V(\xi)$ .

$$M(\xi) = \int_{s-\xi}^s V(y) dy \quad (2.2)$$

- Pour le moment de torsion, nous considérons à la fois les forces de portance et de traînée. La force de portance crée deux effets contraires. Le premier est un moment positif (nez vers le haut) provenant du déplacement de la force du **cp** au **cc**. Le deuxième effet est induit par la flèche. Cette dernière crée un moment négatif (nez vers le bas). Le moment de torsion dépend donc de la distance entre le **cp** et le **cc** ( $a(y)$ ) de chacune des sections utilisées pour le calcul ainsi que de la distance entre le **cc** où nous voulons connaître le moment et le **cc** des autres sections ( $b(y)$ ). Pour ce qui est du moment créé

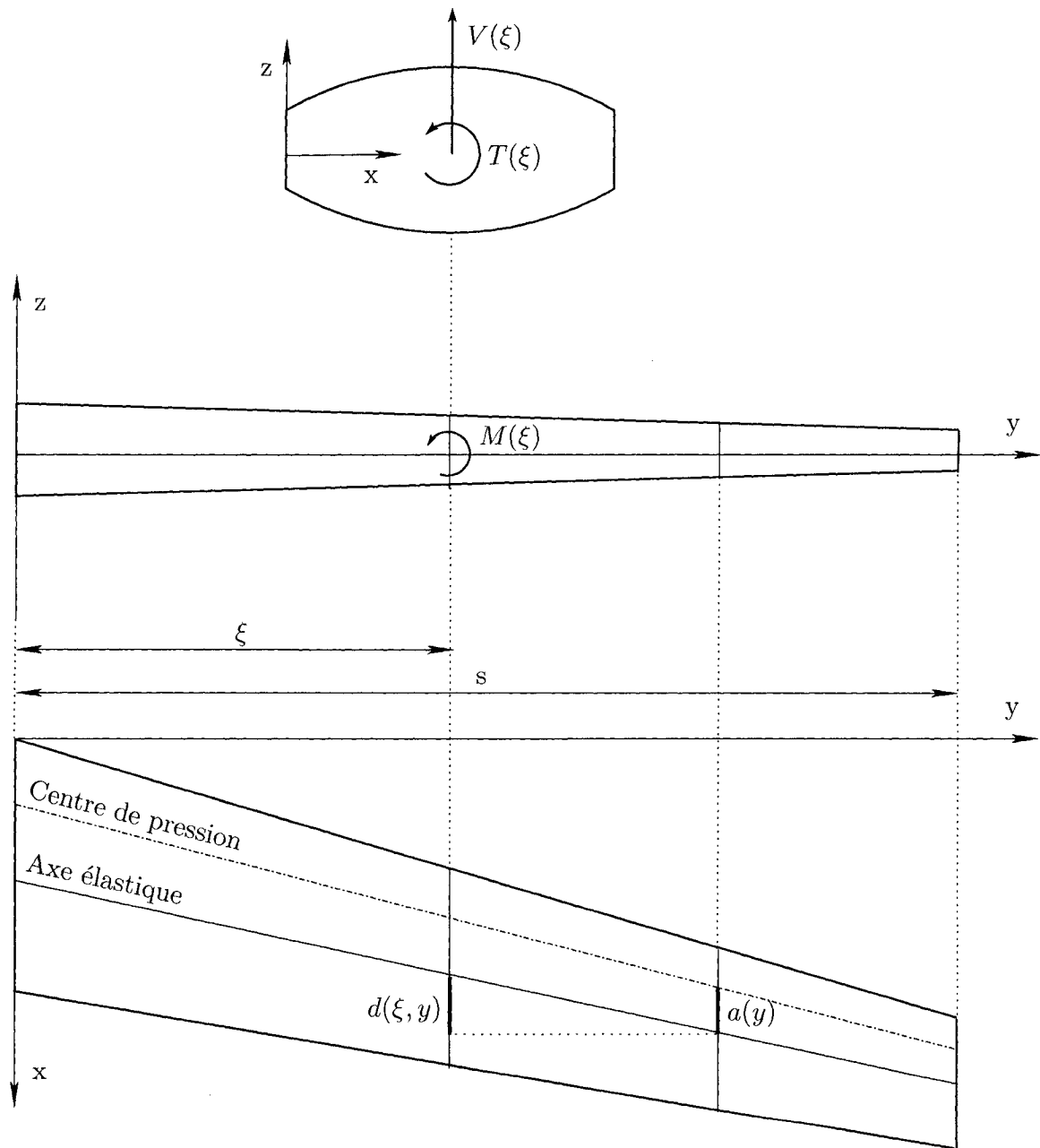


FIG. 2.7 Définition des efforts appliqués sur l'aile (d'après Bettinger, 2004)

par la distribution de traînée ( $d(y)$ ), le bras de levier du moment est la distance entre le centre de traînée et le cc selon l'axe  $z$  ( $c(y)$ ). Au final, on observe des moments "nez vers le bas" près de l'emplanture et "nez vers le haut" près du saumon.

$$T(\xi) = \int_{s-\xi}^s l(y)[a(y) - b(\xi, y)]dy + \int_{s-\xi}^s d(y)c(y)dy \quad (2.3)$$

### 2.2.2.2 Impositions des efforts

Une fois que les efforts qui agissent dans la structure de l'aile sont connus, il reste encore à les imposer de manière à ce que leur distribution dans le modèle FEM représente bien la distribution aérodynamique. La solution qui semblerait la plus simple serait de re-transposer chacune des forces provenant du modèle aérodynamique à son emplacement respectif dans le modèle structurel. Cependant, cela ne peut être fait car le modèle aérodynamique est aéroélastique (il se déforme) et le modèle structurel est sans déformation. Il n'y a donc pas de similitude spatiale entre les deux modèles. La façon de faire cette transition est de garder en mémoire la géométrie de l'aile aérodynamique de départ (sans déformation) et d'appliquer les pressions de l'aile déformée aux coordonnées correspondantes de l'aile rigide. Cette procédure est facilitée car l'automatisation du maillage ainsi que sa topologie constante font en sorte qu'il y a toujours le même nombre d'éléments (pour une configuration donnée), peu importe la déformation.

La réalisation d'un bon FEM passe nécessairement par une bonne discrétisation des forces. Connaissant les efforts totaux qui passent au travers de chaque nervure et en supposant que les forces de portance entre deux nervures sont distribuées également de part et d'autre d'un caisson de voilure, nous pouvons effectuer une discrétisation des efforts selon l'envergure de la manière suivante :

Soient  $V_i$ ,  $M_i$  et  $T_i$ , l'effort tranchant, le moment de flexion et le moment de torsion vus par la  $i^{eme}$  nervure et  $V_{A_i}$ ,  $M_{A_i}$  et  $T_{A_i}$  les efforts qui sont appliqués sur le FEM.

L'effort tranchant est le plus facile à discrétiser. Afin de bien approximer la courbe réelle, nous calculons l'effort tranchant moyen au centre de chaque nervure. La différence d'effort tranchant entre deux milieux de caisson de voilure est l'effort tranchant appliqué à cette nervure.

$$V_{D_{i-1/i}} = \frac{V_i + V_{i-1}}{2} \quad (2.4)$$

$$V_{A_i} = V_{D_{i-1/i}} - V_{D_{i/i+1}} \quad (2.5)$$

Dans le modèle FEM, la seule application des efforts tranchants va créer des moments de flexion et de torsion (le moment de torsion étant dû à la flèche). Cependant, il faudra faire quelques corrections pour respecter la distribution des efforts non-discrétisés du modèle aérodynamique.

La manière de discrétiser les moments de torsion est la même que celle utilisée pour les efforts tranchants. Il faudra cependant soustraire les moments de torsion qui sont causés par l'ajout des efforts tranchants dans le modèle FEM. Les moments causés par les efforts tranchants discrétisés ne sont pas égaux aux moments de la distribution originale des forces parce que ces derniers n'ont pas la même discrétisation (les forces n'ont donc pas les mêmes bras de levier) et parce qu'ils comprennent aussi les moments créés par les forces qui agissent en  $x$  (traînée).

$$T_{D_{i-1/i}} = \frac{T_i + T_{i-1}}{2} \quad (2.6)$$

$$T_{A_i} = T_{D_{i-1/i}} - T_{D_{i/i+1}} - \sum_{j=i}^n V_{A_j} l(x)_j \quad (2.7)$$

où  $n$  est le nombre de nervures et  $l(x)_j$  est la distance des cc de la nervure  $i$  et des nervures qui sont à l'extérieur de la nervure  $i$  selon  $y$  ("outboard").

La manière de calculer le moment de flexion est un peu différente. Le fait de consolider les points d'application de toutes les petites forces du modèle aérodynamique aux nervures fait en sorte que le moment de flexion causé est différent. Cependant, il est possible de déplacer une force d'un endroit à l'autre. Il faudra par contre ajouter un moment pour garder un équilibre statique. Comme il a été mentionné auparavant, nous faisons l'hypothèse que 50% des efforts vont à la nervure de gauche et 50% à celle de droite. Si nous soustrayons à la différence de moment de flexion entre deux nervures le moment de flexion causé par l'effort tranchant moyen ( $V_{D_{i/i+1}} * l$ ) nous aurons alors le moment qui assure le même état pour les forces discrétisées que pour celles non-discrétisées. Les moments en  $x$  appliqués au FEM ne sont finalement que des corrections rendues nécessaire par la rediscrétisation.

$$M_{A_i} = M_i - M_{i+1} - V_{D_{i/i+1}} * l \quad (2.8)$$

où  $l$  est la distance entre deux nervures.

Selon Robert (2004), le cas de chargement le plus critique pour la majeure partie de l'aile est une rafale ascendante à 2,5g. Dans notre étude, la façon de calculer les efforts pour le cas de chargement est identique à celle pour le vol de croisière à 1,0g sauf que les forces aérodynamiques sont multipliées par 2,5. Cette façon de procéder est conservatrice puisqu'en pratique, l'écoulement décollera de la surface de l'aile avant d'atteindre un chargement à 2,5g.

### 2.2.3 Modélisation par éléments finis de l'aile

Puisqu'il est pratiquement impossible d'obtenir une solution analytique pour les déformations de l'aile, la résolution du côté structurel de l'analyse aéroélastique est confiée au logiciel commercial MSC NASTRAN. Ce logiciel utilise la méthode des éléments finis pour solutionner le problème. Il emploie la formulation intégrale des équations de conservation des forces pour créer un système d'équations algébriques. Cette méthode de calcul permet d'obtenir une approximation du comportement d'une structure en certains points discrets (nœuds). L'assemblage de l'aile est remplacé par un ensemble d'éléments simples, pour lesquelles les solutions analytiques sont connues. L'ensemble des relations entre ces éléments et les conditions aux rives du problème permettent de solutionner numériquement les forces dans chaque élément. Plus le nombre d'éléments sera élevé, moins l'erreur de discrétisation sera importante. Les relations qui modélisent la déformation des éléments étant linéaires, l'utilisation d'un seul élément pour simuler une composante structurelle serait erronée (voir figure 2.8). Cependant, l'utilisation d'un nombre important d'éléments implique un gros modèle, qui par conséquent est long à résoudre. Il est généralement établi que l'utilisation de quatre éléments pour une barre et de seize éléments pour une plaque assure un bon compromis entre la précision et la grosseur du modèle (L'Heureux et al., 2000). Les routines de maillage structurel ont été reprises des travaux de Becamel (2002), Frégeau (2002) et Marineau (2002).

Puisque chaque composante structurelle de la voilure possède une ou des fonctions propres, divers types d'éléments seront requis pour bien simuler le comportement structurel de l'aile. Le choix des éléments est basé sur le type d'effort que les composantes structurelles correspondantes supportent. Les principaux types d'éléments utilisés dans la modélisation sont présentés au Tableau 2.1. Les motifs pour lesquels ces éléments sont utilisés sont expliqués dans les prochaines sous-sections.

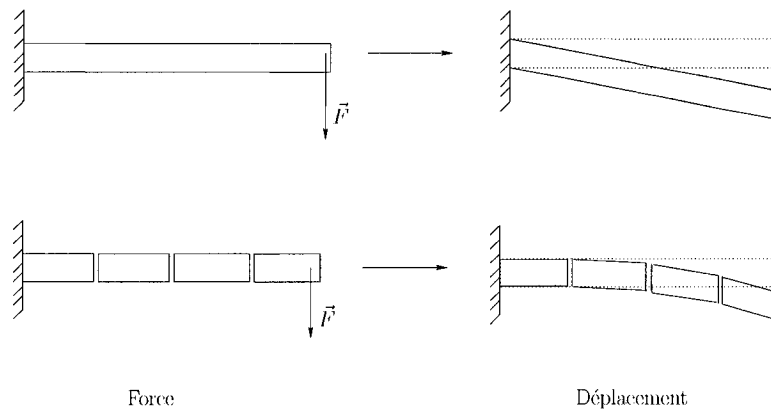


FIG. 2.8 Influence du nombre d'éléments sur la précision du résultat (tiré de Bettinger, 2004)

TAB. 2.1 Degré de liberté des éléments utilisés dans le FEM (extrait de Reymond et al., 2001)

Type d'élément	Type d'effort repris	ddl locaux des éléments
CBAR	axial, flexion, torsion	$T_x, T_y, T_z, R_x, R_y, R_z$
CROD	axial, torsion	$T_x, R_x$
CQUAD4	membrane, flexion	$T_x, T_y, T_z, R_x, R_y$
CSHEAR	membrane	$T_x, T_y$

### 2.2.3.1 Modélisation des longerons

Le maître élément de l'aile peut être considéré comme le longeron. Ils sont généralement apparentés à des poutres en C et sont constitués de deux types de composantes : l'âme et les semelles. La fonction de l'âme est de supporter l'effort tranchant induit par la portance. L'utilisation d'éléments bi-dimensionnels de type CQUAD4, résistant aux efforts membranes et à la flexion est donc appropriée. Quant aux semelles, elles ont pour but de reprendre l'effort axial qui est créé par la flexion de l'aile. Puisque qu'il n'y a pas de flexion en jeu à l'intérieur même des éléments, l'utilisation d'éléments de type CROD est parfaitement applicable pour simuler le comportement de la structure. Les variables qui caractérisent les éléments NASTRAN sont l'aire des semelles supérieures et inférieures ainsi que l'épaisseur des plaques. L'épaisseur de la plaque est reprise telle quelle et l'aire des éléments CROD comprend l'aire des semelles des longerons ainsi que l'aire des épaulements de la peau. Nous considérons que le caisson de voilure ne comporte que deux longerons. En pratique, il se peut qu'un longeron auxiliaire soit présent dans la partie interne de l'aile (entre l'emplanture et la cassure).

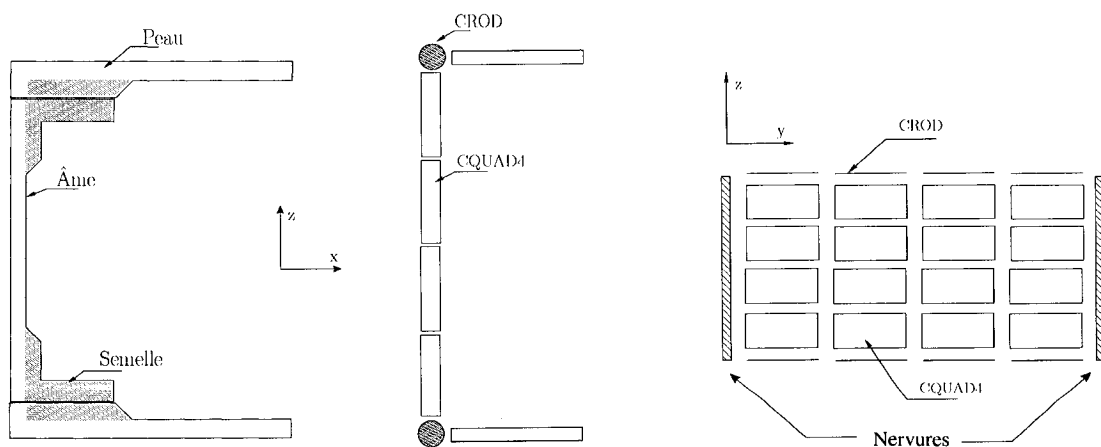


FIG. 2.9 Modélisation des longerons



### 2.2.3.2 Modélisation des lisses

La fonction des lisses est de résister aux charges axiales causées par la flexion. En considérant que l'analyse structurelle est réalisée pour une situation où l'avion est en vol, les lisses inférieures doivent être conçues en tension et les lisses supérieures en compression. Il existe plusieurs types de lisses : forme en Z, en J, en T, etc. L'utilisation des différentes familles de lisses peut varier selon le type d'avion et même à l'intérieur d'un même caisson de voilure. Puisque que nous sommes dans l'optique d'un design préliminaire et que la forme en Z est la plus répandue, cette dernière a été choisie pour modéliser à la fois les lisses de l'intrados et de l'extrados. La composition des lisses est quelque peu semblable à celle des longerons : elles sont constituées d'une âme et de semelles. On pose l'hypothèse que l'aire intérieure et extérieure des semelles des lisses sont égales. Cependant, les lisses de l'intrados et de l'extrados n'ont pas la même aire, à cause des différents types de chargements auxquels elles sont soumises. Notons aussi sur la figure 2.10 la présence d'épaulement ("pad-up") sur la peau. Ces excroissances servent à fixer les peaux aux lisses et sont parfois comptabilisées dans le calcul de l'aire des semelles extérieures. Dans notre analyse, elles ne sont pas prises en considération.

La représentation des lisses dans le FEM est faite de la façon suivante : les âmes des lisses sont modélisées par des éléments de type CQUAD4 et les semelles par des éléments CBAR. Les définitions des éléments du modèle sont déterminées par l'imposition des aires et des épaisseurs réelles des composantes des lisses. L'utilisation d'éléments de type CROD aurait aussi pu être faite pour remplacer les CBAR de même que l'utilisation d'un seul élément CBAR pour modéliser à la fois les semelles et l'âme.

La topologie de construction utilisée place les lisses de manière à ce qu'elles soient parallèles au longeron arrière. De par la présence de la flèche et de l'effilement, il peut arriver

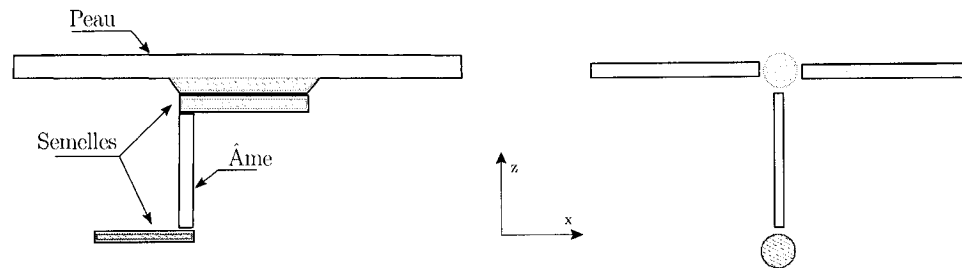


FIG. 2.10 Modélisation des lisses

que les lisses croisent le longeron avant, dans un tel cas, les lisses sont dites "run-out". La façon de modéliser un "run-out" est basée sur les indications de L'Heureux (2000). L'avant dernière discrétisation de la lisse qui croise le longeron perd d'abord l'élément CBAR intérieur et la dernière discrétisation de la lisse perd en plus l'élément CQUAD4 (voir la figure 2.11). Une procédure spéciale s'applique aussi pour les peaux.

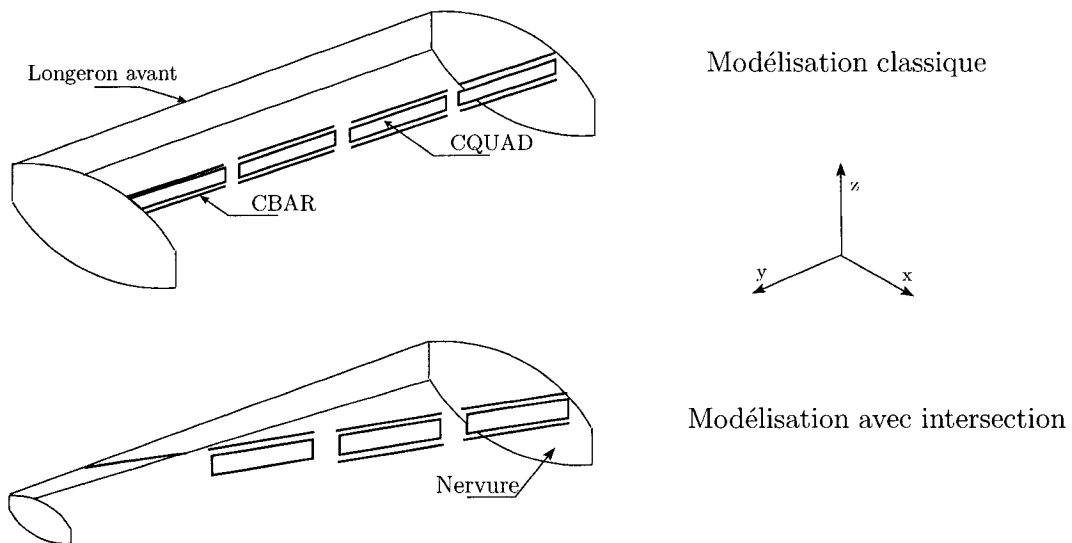


FIG. 2.11 Modélisation des intersections lisse-longeron

### 2.2.3.3 Modélisation des peaux

Les peaux sont les composantes de l'aile qui comptent le plus dans la résistance à la torsion. En plus de combattre le flux de cisaillement, elles supportent des contraintes en tension et en compression dues à la flexion. Afin de bien modéliser ce type d'effort, l'élément CQUAD4 est utilisé. Pour respecter les requis de discrétisation, la peau entre deux nervures est séparée en quatre éléments. La figure 2.12 montre l'assemblage d'éléments de peaux et de lisses dans un caisson de voilure.

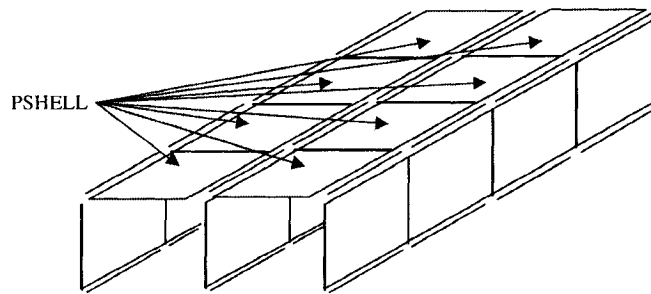


FIG. 2.12 Modélisation des intersections lisses-peaux

Lorsqu'une lisse devient "run-out", le maillage de la peau doit aussi s'adapter en conséquence. Le croisement de la lisse dans le longeron fait en sorte que deux nœuds se transforment en un seul. Pour respecter la discrétisation, l'élément de peau dit "run-out" doit nécessairement perdre un nœud. Les éléments CTRIA, semblables aux éléments CQUAD4, sont donc appropriés puisqu'ils ont trois nœuds au lieu de quatre.

### 2.2.3.4 Modélisation des nervures

Les nervures ont plusieurs fonctions qui sont des plus complexes : elles empêchent le profil de se déformer et permettent une redistribution des forces des peaux aux lon-

gerons. Les efforts qui les traversent les font s'écraser dû à la différence de pression intrados/extrados. Le FEM comporte quatre éléments plaque de haut, les deux couches internes étant faites d'éléments de type CQUAD4 et les deux couches externes d'éléments CSHEAR. Les éléments CQUAD4 représentent la nervure même alors que les éléments CSHEAR représentent les portions de matière entre les lisses et/ou longerons. Les attaches des longerons et des lisses à la nervure sont simulées par des éléments CROD (voir Becamel, 2002).

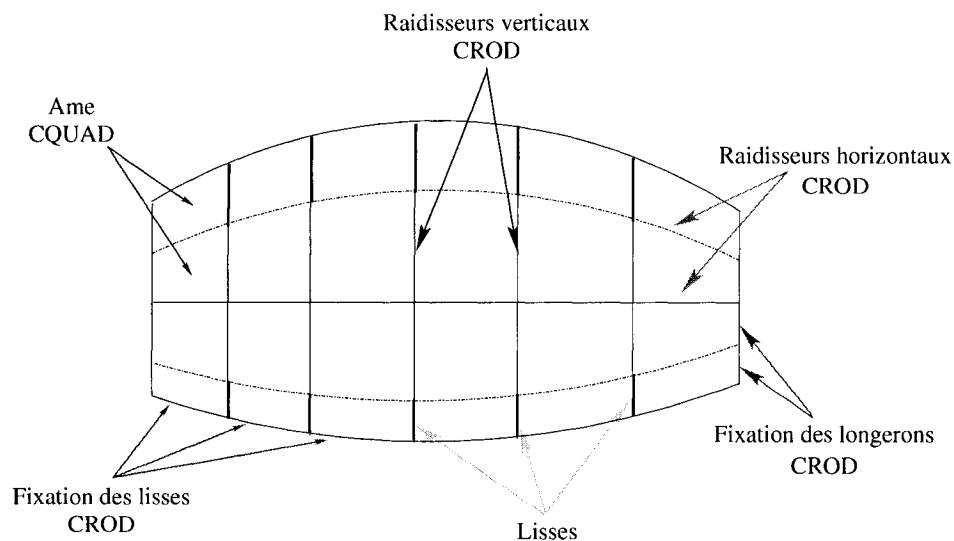


FIG. 2.13 Modélisation des nervures

Malgré la complexité des efforts dans les nervures, les efforts présents dans le modèle utilisé sont plutôt simples. Il n'est pas prévu d'optimiser les nervures dans notre analyse car elles ne sont nécessaires que pour redistribuer les efforts. Les nervures ont donc besoin d'être rigides sans être surdimensionnées. Des éléments de type RBE2 sont utilisés afin de les rendre rigides. Les éléments RBE2 sont basés sur un nœud maître que l'on place au cc de la nervure (les forces sont aussi appliquées à cet endroit). Les degrés de liberté des autres nœuds du modèle NASTRAN de la même nervure sont ensuite déclarés comme étant esclaves du nœud maître, rendant la structure de la nervure rigide.

Cette façon de procéder assure un meilleur conditionnement de la matrice de rigidité de NASTRAN et fait en sorte que la force appliquée au **cc** est bien distribuée aux autres composantes de la voilure.

### 2.2.3.5 Modèle FEM final de l'aile et marges de sécurité

Un fois que toutes les composantes de l'aile sont discrétisées, elles sont assemblées pour créer un seul système matriciel. La discrétisation du modèle éléments finis complet est illustré à la figure 2.14. Frégeau (2002) et Marineau (2002) montrent plus en détail les caractéristiques du FEM. Une fois que le FEM est construit et résolu par NASTRAN, il ne reste plus qu'à calculer le niveau de résistance de l'aile par rapport aux charges appliquées dessus.

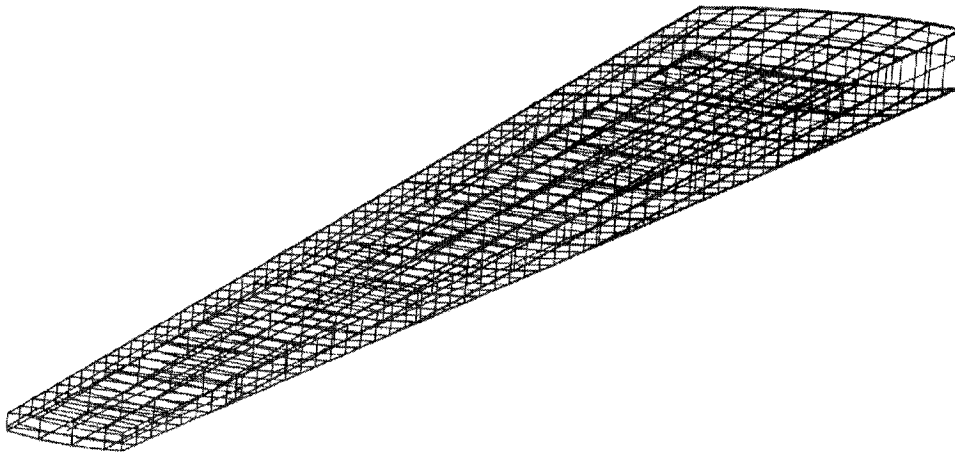


FIG. 2.14 Modèle FEM complet

Le problème à l'étude comporte le calcul de sept types de modes de défaillance soient le flambement local et global des lisses supérieures, la fatigue pour les lisses inférieures, le flambement global des peaux supérieures, la fatigue pour les peaux inférieures et fi-

nalement, le flambement global et la fatigue pour l'âme des longerons. Les forces sont tirées des fichiers de sortie de NASTRAN et les marges de sécurité sont calculées selon les méthodes mentionnées par Niu (1999) et Abdo et al. (2003b). La façon de calculer les différents modes de défaillance est détaillée à l'annexe II.

### **2.3 Analyse aérodynamique**

L'analyse aérodynamique du problème aéroélastique est effectuée à l'aide d'outils de CFD. Les outils retenus sont les logiciels commerciaux offerts par FLUENT, qui comprennent le mailleur GAMBIT et le résolveur FLUENT. Ces deux logiciels ont été choisis car ils sont bien intégrés un à l'autre et ils sont bien connus dans le domaine aéronautique. Ces deux logiciels ont aussi l'avantage d'offrir deux modes d'exécution. Le premier mode vient avec un interface graphique (GUI) qui permet la visualisation du maillage ou des résultats et le deuxième mode fait exécuter les logiciels à partir d'un fichier journal. Le fichier journal contient les informations que l'on taperait à l'invite de commande des logiciels. Cette deuxième façon de faire permet de faciliter grandement l'automatisation des calculs aérodynamiques.

Afin de décrire et justifier les choix faits dans l'analyse aérodynamique, nous allons dans un premier temps expliquer la topologie du maillage, puis nous allons justifier la pertinence de l'utilisation des équations de Euler.

### 2.3.1 Maillage de la voilure

La nature du problème d'optimisation requiert un nombre important d'appels au module aérodynamique. Ce dernier doit donc être automatique et sans intervention humaine. L'utilisation du mode journal pour mailler le domaine fluide est donc essentielle à l'optimisation. Le fichier journal utilisé dans l'étude est un fichier basé sur celui pris dans les travaux de Bettinger (2004) et celui codé par J. Abanto.

Un domaine aérodynamique en forme de "C" divisé en deux zones est utilisé pour l'étude (voir la figure 2.15). La première zone contient la surface de l'aile et est maillée à l'aide d'un maillage structuré. La seconde zone est située en bout d'aile dans l'écoulement libre requis pour bien capter la traînée induite ainsi que la perte de portance due au tourbillon de bout d'aile. Cette zone utilise elle aussi un maillage structuré à l'exception de la prolongation de l'aile qui est maillée avec des éléments hexaédraux non-structurés. La géométrie externe de l'aile est importée du module de paramétrisation surfacique. L'aile est discrétisée en autant de sections que le nombre de nervure, soit avec quinze stations. Aucune condition géométrique n'est appliquée entre deux stations puisque le nombre de sections de définition est suffisant pour bien représenter l'aile décrite par le module de paramétrisation.

Afin de simuler l'aéroélasticité, le maillage fluide doit se déformer comme la géométrie. Il existe deux façons de faire pour appliquer au maillage aérodynamique les déformations structurelles. La première consiste à déplacer tous les points du domaine en fonction des déformations calculées par NASTRAN et la seconde consiste à remailler complètement le domaine à partir de la géométrie déformée. Puisque déplacer les nœuds serait une opération difficile et que le maillage du domaine est grandement facilité par son automatisation, il est beaucoup plus facile de refaire le maillage à partir du début. Un nouveau maillage est donc généré à chaque fois que la géométrie est changée, que

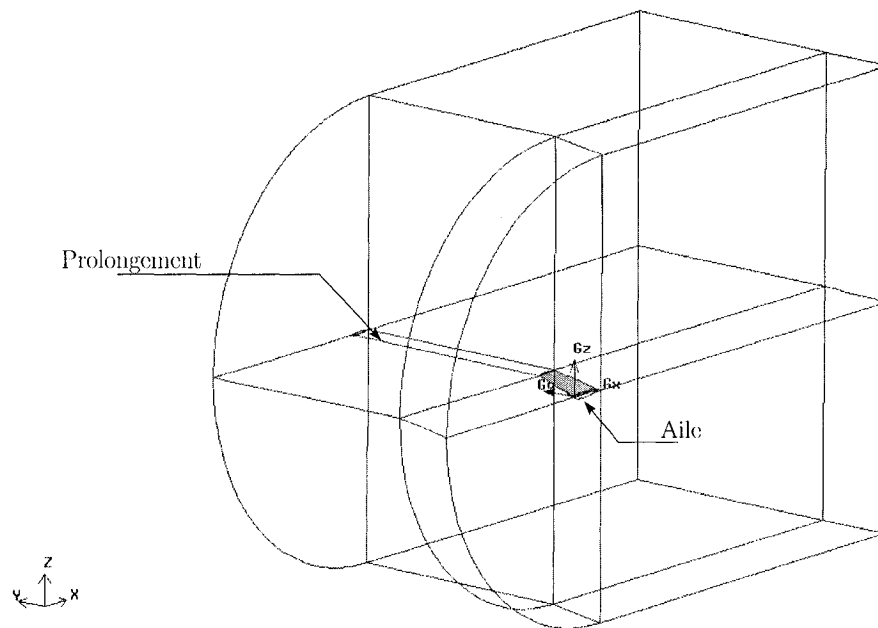


FIG. 2.15 Domaine aérodynamique à l'étude

ce soit dû à une variation des variables de design ou à un changement des déformations structurelles. La déflexion et la torsion au  $cc$  d'une station qui sont calculées par NAS-TRAN sont appliquées à tous les nœuds de la même station de la topologie du maillage fluide, créant ainsi la déformation du domaine et simulant le phénomène aéroélastique. Une déformation exagérée du bout de l'aile est montré à la figure 2.16 pour l'illustration du principe. L'application des mêmes déformations à tous les points d'une station est justifiée puisque comme mentionné dans la section de la discipline structurelle, nous considérons les nervures rigides.

Afin d'améliorer la solution aérodynamique, le maillage possède une discrétisation qui est plus raffinée au bord d'attaque et au bord de fuite. Le nombre de nœuds et les ratios définissant la topologie ont été choisis de manière à ce que la solution soit indépendante du maillage. Au final, le nombre de nœuds est de l'ordre de 220,000. Le maillage résultant est montré à la figure 2.17.



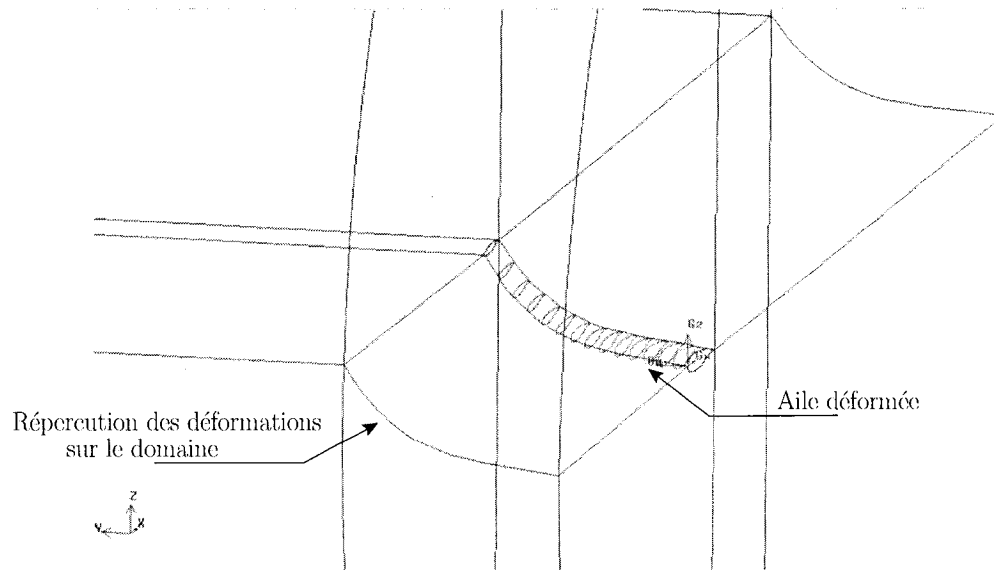


FIG. 2.16 Déformation du domaine et de l'aile

Même si la représentation de l'aile subit des déformations (déflexion et torsion), la qualité du maillage reste quasi-constante car l'ordre de grandeur des déplacements reste petit (la déflexion correspond à moins de 5% de l'envergure). Bettinger (2004) confirme cette hypothèse en faisant une étude de la qualité du maillage en fonction de la déflexion en bout d'aile.

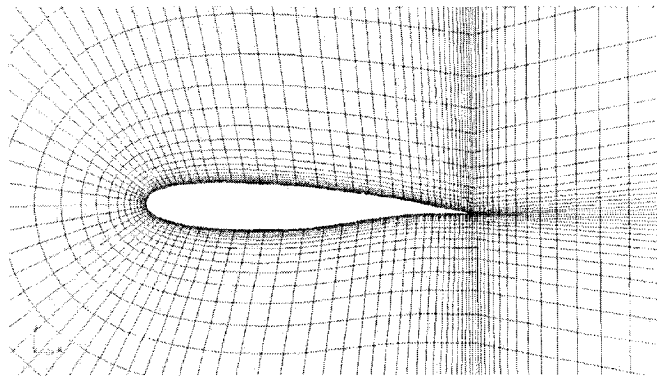


FIG. 2.17 Maillage aérodynamique au niveau de l'aile

### 2.3.2 Calcul aérodynamique

Le logiciel FLUENT propose plusieurs modèles d'équations à résoudre, notamment les équations d'Euler (non-visqueux et compressible) et de Navier-Stokes (visqueux et compressible). La résolution du problème aéroélastique demandant beaucoup de ressources informatiques et de temps et tenant compte que nous faisons l'analyse pour un design préliminaire, nous optons pour les équations d'Euler. Ces équations permettent l'obtention de cinq inconnues par noeuds ( $u_x, u_y, u_z, P, \rho$ ) et suffisent pour calculer la portance et la traînée (induite, de pression et d'onde). À titre d'exemple, la résolution de l'écoulement prend environ soixante minutes sur un maillage de 220,000 noeuds (sur un processeur Pentium 4 à 3.2Ghz). Les équations d'Euler sont moins précises que celles de Navier-stokes, notamment au niveau de la prédiction des ondes de choc, mais elles possèdent moins d'inconnues et nécessitent un maillage moins raffiné puisqu'elles ne tiennent pas compte de la couche limite. De plus, cette dernière particularité fait en sorte que l'automatisation du maillage est beaucoup plus facile. Il faut cependant garder à l'esprit que les équations d'Euler sont incapables de calculer la traînée visqueuse. Il est par contre justifiable de négliger ce type de traînée au niveau du design conceptuel car les autres composantes de la traînée sont la plupart du temps prépondérantes en régime transsonique. Rappelant que notre objectif est l'étude des méthodes de décomposition, nous faisons l'hypothèse que les conclusions que nous obtiendrons avec les équations d'Euler seront transposables aux équations de Navier-Stokes.

Le bruit numérique de la solution est minimisé en ayant un raffinement du maillage adéquat ainsi qu'en ayant un bon critère de convergence pour la résolution des équations. Bettinger (2004) compare des prédictions numériques et des résultats expérimentaux de coefficients de pression pour un écoulement autour de l'aile ONERA M6 et démontre que la solution FLUENT possède une précision acceptable. Ce cas de validation repré-

sente un bon test car bien que la géométrie soit simple, l'écoulement transsonique qui se produit autour de la géométrie est très complexe.

Une fois que le calcul aérodynamique a été conduit, on peut procéder au calcul des efforts agissant sur la structure en intégrant la pression sur chaque cellule du maillage surfacique de l'aile tel que spécifié à la section 2.2.2.1.

Les bruits provenant des erreurs numériques et des erreurs de modélisation peuvent dégrader la qualité des gradients. Cependant, une précision suffisante peut être atteinte dans le calcul des gradients en choisissant des pas de différentiation appropriés (voir la section 3.1.4.1).

## **2.4 L'analyse multidisciplinaire**

À cause du couplage entre les forces aérodynamique et les déplacements structuraux, la solution de l'analyse multidisciplinaire (MDA) d'un écoulement autour d'une aile flexible n'est pas issue d'un calcul direct. La section qui suit explique les liens entre les disciplines du MDA et présente un exemple typique de la résolution du couplage aéroélastique. De plus, les différentes techniques utilisées pour réduire le temps de calcul du MDA sont exposées.

### **2.4.1 Couplage aéro-structurel**

Le MDA de cette étude est constitué de cinq analyses. La discipline aérodynamique constitue l'analyse AERO(I) qui donne les forces agissant sur l'aile rigide (pour la condition de croisière et le cas de chargement) ainsi que l'analyse AERO(III) qui donne les

forces aérodynamiques sur l'aile flexible. La discipline structurelle contient pour sa part l'analyse STRUCT(II) qui donne les déformations pour une charge de 1g et l'analyse STRUCT(IV) qui donne les efforts dans les composantes du caisson de voilure pour le cas de chargement à 2,5g. Enfin, le calcul des marges de sécurité est effectué par l'analyse SAFETY(V). La figure 2.18 illustre les relations entre les différentes analyses ainsi qu'entre les catégories de variables de design (voir section 3.1.3 pour plus de détails) et les variables de sortie des disciplines qui permettent le calcul des fonctions coût et de contraintes présentées aux sections 3.1.1 et 3.1.2. Il est à noter que les variables intermédiaires  $l_{aero}$  et  $l_{lc}$  représentent respectivement les forces calculées à 1g et à 2,5g. Si le MDA est résolu par la méthode du point-fixe (voir section 2.4.2), une distinction est faite sur  $l_{aero}$  selon qu'elle soit calculée sur l'aile rigide (itération 1) ou l'aile flexible (itérations 2 à n).

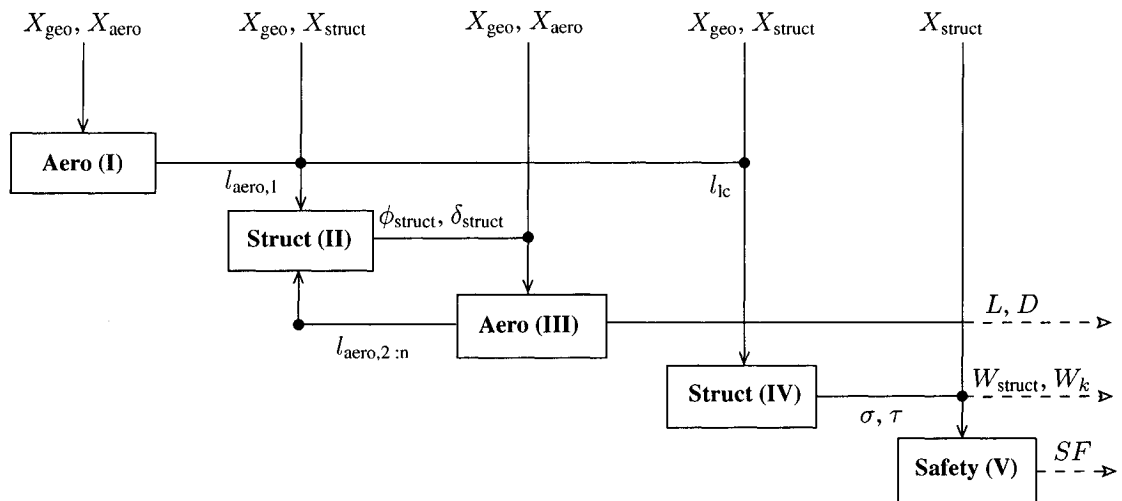


FIG. 2.18 Représentation en cascade des interactions entre les analyses couplées

Le couplage présent dans le MDA est résolu par une approche modulaire où chaque discipline est intégrée séparément. Cette approche est rendue nécessaire parce que les différents logiciels (structurel et aérodynamique) utilisés pour l'étude ne font pas la résolution des équations de structure et d'aérodynamique conjointement.

Chaque analyse  $A_i$  (voir la figure 2.19) a comme entrée des paramètres ( $p_i$ ), des variables locales ( $l_i$ ) qui sont l'entrée d'une seule analyse, des variables partagées ( $s$ ) qui sont des entrées pour plusieurs disciplines et les variables couplées ( $a_j$ ) qui constituent une sortie d'une autre discipline  $A_j$ . Une variable de sortie d'une discipline peut s'écrire sous la forme d'une fonctionnelle comme suit :  $a_i = A_i(s, l_i, p_i, a_j)$ . La figure 2.20 montre un zoom sur les analyses II et III. Ces analyses sont couplées car la discipline AERO(III) a besoin des déplacements ( $a_{II}$ ) pour calculer les charges aérodynamiques et la discipline STRUCT(II) a besoin des charges aérodynamiques ( $a_{III}$ ) pour calculer les déplacements.

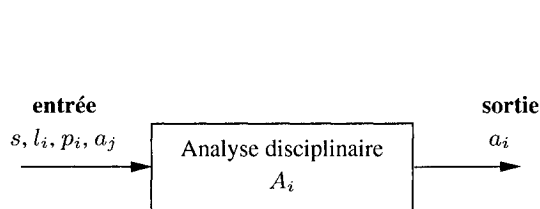


FIG. 2.19 Analyse disciplinaire

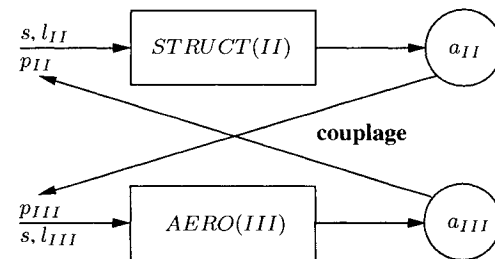


FIG. 2.20 Schématisation d'un MDA à deux disciplines

## 2.4.2 Méthode de résolution du couplage

Plusieurs méthodes de décomposition exigent que le couplage soit résolu à chaque itération. Dès lors, une méthode de résolution efficace et assurant la convergence du problème doit être utilisée. Pour ce faire, la méthode itérative du point-fixe a été choisie, l'expérience ayant prouvé que le problème aéroélastique convergeait rapidement avec

cette méthode. Il faut par contre mentionner que certaines méthodes de décomposition présentées au prochain chapitre ne nécessitent pas la résolution explicite du couplage à chaque itération.

La résolution par la méthode du point-fixe s'effectue comme suit. Initialement, les charges aérodynamiques sont calculées à partir d'une aile rigide (déflexion  $\delta_{i,0} = 0$  et torsion  $\phi_{i,0} = 0$ , pour  $i = 0$  au nombre de nervures-1) par la discipline AERO(I). Les disciplines STRUCT(II) et AERO(III) sont ensuite exécutées séquentiellement et itérativement jusqu'à ce que la différence entre la déflexion du bout de l'aile de l'itération courante et de l'itération précédente soit inférieure à un critère d'arrêt, actuellement fixé à 0,005m.

Les différents programmes qui sont présents dans l'algorithme du point-fixe interagissent entre eux tel que présenté à la figure 2.21. Il y a d'abord la phase d'initialisation qui crée la géométrie et la discrétisation structurelle de l'aile à partir de la topologie définie dans les fichiers d'entrée et ensuite, la phase de bouclage, qui exécute itérativement NASTRAN, GAMBIT et FLUENT sur la géométrie déformée. Les liens permettant de gérer le transfert des fichiers, l'exécution des exécutables Fortran et des logiciels disciplinaires ainsi que la distribution des calculs par Secure SHell (SSH) sont réalisées à l'aide de scripts écrits en bash.

Afin de valider le couplage entre les deux disciplines, Bettinger (2004) a obtenu la solution aéroélastique numérique de l'écoulement autour de l'aile ARW2 et l'a comparée avec des résultats expérimentaux. Une bonne corrélation est obtenue lorsqu'il compare les coefficients de pression à différentes stations (obtenus par Allison & Cavallo, 2003) ainsi que lorsqu'il compare la déflexion en bout d'aile (obtenue par Clinton et al., 1994). Par contre, cette analyse n'a pas été réalisée en simulant avec fidélité la structure de l'aile expérimentale, les dimensions de cette dernière étant inconnues. Cependant les coefficients de rigidité et de torsion étant connus, Bettinger (2004) a pu optimiser les di-

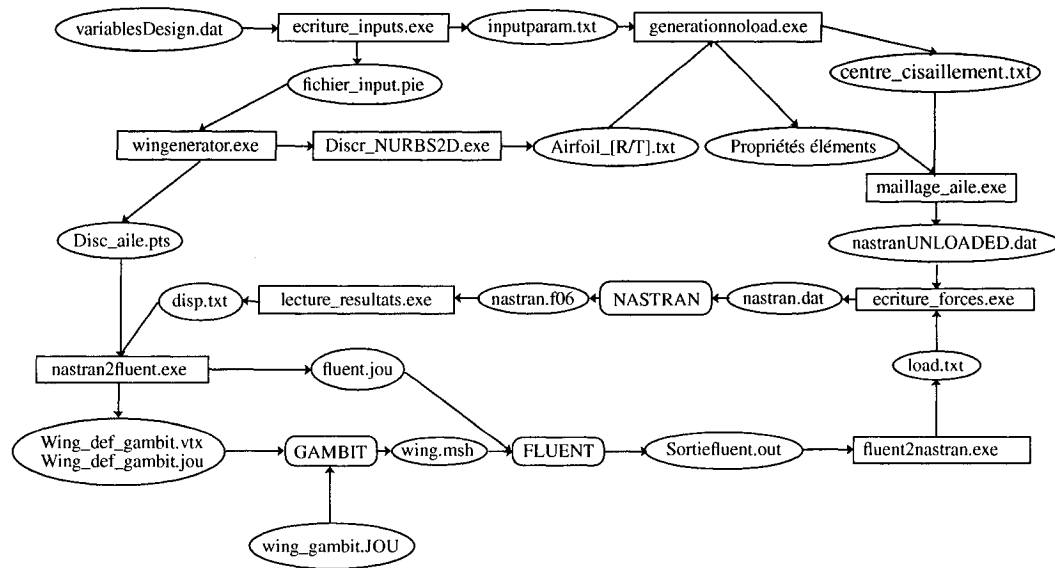


FIG. 2.21 Interaction des logiciels dans la résolution du couplage par la méthode du point-fixe

mensions des composantes structurelles de façon à ce que les coefficients EI et GJ de la simulation numérique correspondent aux valeurs données.

Les validations faites par Bettinger (2004) n'offrent toutefois aucune assurance sur la validité du couplage entre la modélisation du FEM et l'aérodynamique. Une validation des déformations à partir de valeurs connues pour les composantes structurelles devrait donc être effectuée mais ces valeurs sont pour la plupart quasi impossible à trouver car il s'agit en général de secrets industriels. Une analyse a tout de même été réalisée en résolvant le problème du point-fixe avec des variables d'entrée approximant les valeurs de la forme en plan et de la structure du Bombardier CL-604. Cette courte étude ainsi que les hypothèses faites sont présentées à l'annexe III. À la lumière des résultats obtenus, il apparaît que la modélisation du phénomène aéroélastique de cette étude possède un niveau de précision acceptable.

### 2.4.3 Stratégies utilisées pour réduire le temps de calcul

Malgré les avancées technologiques des dernières années en terme de puissance informatique, les problèmes d'optimisation demandent toujours d'importantes ressources. Cependant, plusieurs stratégies peuvent être appliquées pour réduire le temps de calcul nécessaire à l'optimisation.

#### 2.4.3.1 Accélération de la méthode du point-fixe

L'expérience a montré que le problème d'une aile aéroélastique convergeait avec l'algorithme du point-fixe. Néanmoins la convergence est oscillatoire, c'est-à-dire que les itérations vont alternativement surestimer et sous-estimer la vraie solution. Plusieurs méthodes existent afin d'améliorer l'efficacité de la méthode du point-fixe, notamment l'application de coefficients de relaxation et l'emploi d'un corollaire de la méthode du point-fixe : l'algorithme de Steffenson (voir Fortin, 2001). Ces deux méthodes sont faciles à implémenter dans le code et sont donc mises à l'épreuve.

Pour diminuer le nombre d'itérations requises par l'algorithme du point-fixe, un coefficient de relaxation ( $\lambda$ ) peut être appliqué afin de réduire l'effet des déformations surestimées et amplifier les déformations sous-estimées. Considérant  $x$  la nouvelle déformation calculée par NASTRAN et  $x^{n-1}$  la déformation de l'itération précédente, la déformation utilisée pour la prochaine itération est donnée par :

$$x^n = \lambda x + (1 - \lambda)x^{n-1} \quad (2.9)$$

Bettinger (2004) a trouvé qu'un coefficient de relaxation de 0,8 donnait de bons résultats pour le problème à l'étude. Notons aussi que le coefficient de relaxation n'est pas



appliqué à l'itération 1 car la sous-estimation serait trop importante ( $x_0 = 0$ ).

La deuxième manière testée pour améliorer la vitesse de convergence du point-fixe est l'utilisation de l'algorithme de Steffenson. Cet algorithme utilise l'extrapolation de Aitken pour obtenir une meilleure approximation du point-fixe. La déformation qui est utilisée pour la prochaine itération se base sur la nouvelle déformation calculée par NASTRAN  $x$  ainsi que sur les déformations des deux itérations précédentes  $x^{n-1}$  et  $x^{n-2}$  :

$$x^n = x^{n-2} - \frac{(x^{n-1} - x^{n-2})^2}{x - 2x^{n-1} + x^{n-2}} \quad (2.10)$$

La figure 2.22 montre la convergence de la déflexion en bout d'aile avec les méthodes du point-fixe avec et sans relaxation ainsi qu'avec la méthode de Steffenson avec et sans relaxation. On remarque que la méthode qui atteint le critère d'arrêt le plus rapidement est celle du point-fixe utilisant un coefficient de relaxation  $\lambda = 0,8$ . Cette méthode nécessite, en moyenne, quatre appels au logiciel NASTRAN et trois au logiciel FLUENT. Par comparaison, les méthodes sans relaxation et de Steffenson avec relaxation nécessite en moyenne cinq appels à NASTRAN et quatre à FLUENT. La méthode de Steffenson sans relaxation requiert pour sa part sept appels à NASTRAN et six à FLUENT. L'approche proposée par Bettinger (2004) (relaxation avec  $\lambda = 0,8$ ) est donc conservée.

#### 2.4.3.2 Réutilisation des résultats du calcul de CFD

Puisqu'une optimisation nécessite plusieurs appels à la discipline aérodynamique, même une petite amélioration dans le temps de calcul d'une évaluation CFD peut avoir un effet significatif sur le temps global d'optimisation. Ainsi, lors de la résolution du MDA par la méthode du point-fixe, les analyses aérodynamiques sont initialisées avec la solution FLUENT précédente, réduisant alors le nombre d'itérations requises par le résolveur aérodynamique. Puisque les déformations de l'aile ne changent pas beaucoup (excepté

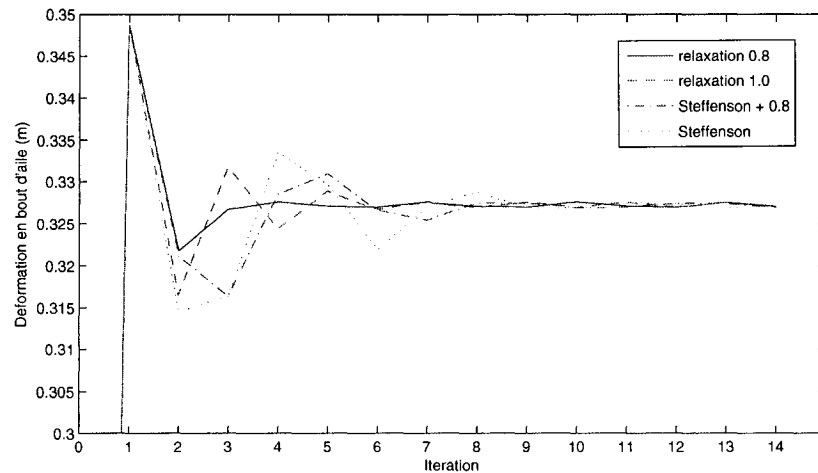


FIG. 2.22 Convergence de la déflexion en bout d'aile (méthode du point-fixe)

pour les deux premières itérations), la solution aérodynamique va s'enrichir au fil des itérations du point-fixe. La solution aérodynamique est donc pleinement convergée d'un point de vue CFD lorsque que le point-fixe est obtenu. De plus, afin de faciliter la reprise des calculs entre deux états de déformation, le nombre de Courant est abaissé pour les premières itérations.

La procédure pour mettre en œuvre cette stratégie est d'autant plus facile que par l'automatisation de la construction du maillage, la numérotation des éléments structurés demeure constante. Il suffit donc de conserver les propriétés aérodynamiques de chaque cellule pour les appliquer aux cellules correspondantes du maillage ayant subi les nouvelles déformations. Cependant, cette stratégie ne peut être appliquée sur la section du domaine maillé avec des éléments hexaédraux. Le nombre d'éléments de cette section changera selon la géométrie de l'aile et n'a donc pas une topologie constante. Dans ce cas, les propriétés aérodynamiques des cellules du nouveau maillage sont approximées en assignant les propriétés de la cellule de l'ancien maillage qui minimise la distance entre leur centroïde (tout en tenant compte des déformations).

## CHAPITRE 3

### LE PROBLÈME D'OPTIMISATION D'UNE AILE AÉROÉLASTIQUE

La formulation d'un problème d'optimisation consiste à définir à la fois le problème de design, la procédure d'optimisation et la hiérarchie des calculs. Dans ce chapitre, nous énonçons tout d'abord le problème de design considéré. Ensuite, la technique d'optimisation ainsi que les astuces nécessaires pour obtenir un bon calcul des gradients sont brièvement abordées. Nous introduisons par la suite les différentes formulations du problème d'optimisation avec et sans décomposition qui sont candidates à la résolution du problème en jeu. Chaque formulation est analysée selon sa capacité de permettre des analyses parallèles ainsi que sur ses performances potentielles.

#### 3.1 Définition du problème d'optimisation

La définition d'un problème d'optimisation consiste à définir une fonction coût, les fonctions de contraintes, les variables de design ainsi que la façon dont ces dernières sont reliées aux différentes analyses présentées au chapitre 2. Ces éléments sont abordés aux sous-sections suivantes.

##### 3.1.1 Définition de la fonction coût

L'objectif de l'optimisation est de maximiser le rayon d'action ( $R$ ) d'un avion en régime transsonique avec des contraintes sur la portance et les résistances des composantes structurelles. La fonction objectif scalaire  $F$  considérée dans cette étude est une variante

de l'équation de Bréguet qui quantifie la distance franchissable par un avion en vol de croisière :

$$\text{Rayon d'action} \propto F = \frac{L}{D} \log \left( \frac{W_0 + W_f + W_s}{W_0 + W_s} \right) \quad (3.1)$$

où  $L$  et  $D$  sont respectivement la portance et la traînée (la traînée visqueuse n'est pas considérée),  $W_0$  est une portion fixe du poids du fuselage et de la charge utile ("payload"),  $W_f$  est le poids de carburant et  $W_s$  est le poids de la structure de l'aile. Comme le suggère Raymer (1999), un facteur de 0,88 est appliqué au volume caisson de voilure lors du calcul de la capacité de carburant embarqué. Le volume du caisson de voilure est quant à lui calculé par une routine FORTRAN qui fait la sommation de chaque composante de l'aile. Il est aussi à noter que pour des raisons pratiques, nous préférons aborder le problème comme une minimisation de l'inverse de la fonction.

### 3.1.2 Définition des contraintes

Il existe deux types de contraintes : les contraintes linéaires de bornes et les contraintes non-linéaires. Les contraintes linéaires sur les bornes des variables servent à restreindre l'espace de design. Elles sont choisies dans un intervalle où il est supposé que l'optimum est présent. Les valeurs utilisées pour l'étude sont notées aux tableaux 3.1, 3.2 et 3.3. Les contraintes non-linéaires sont quant à elles divisées en deux sous-types : la contrainte de portance et les contraintes structurelles. La contrainte aérodynamique assure que la portance se doit d'être égale à la moitié du poids total de l'avion. La contrainte d'égalité de portance est en fait remplacée par deux contraintes d'inégalité afin de faciliter l'optimisation. Il est à noter que la plage entre les deux contraintes se doit d'être assez importante afin d'éviter des cas pathologiques sur les conditions d'optimalité LICQ (Orban, 2005).

Pour ce faire, une valeur de 0,1 a été choisie.

$$0 \leq \frac{2L}{g(W_0 + W_f + W_s)} - 1 \leq 0,1 \quad (3.2)$$

Les contraintes structurelles d'optimisation s'assurent pour leur part que la structure va résister aux efforts occasionnés par les forces du cas de chargement à 2,5g. Les facteurs de sécurité ("safety factors" ou SF) sont calculés à partir des contraintes ( $\sigma$ ,  $\tau$ ) calculées par NASTRAN. Les efforts  $f_{max}$  et  $f_{app}$  sont respectivement les efforts maximaux que la composante structurelle peut soutenir et les efforts appliqués sur la composante. Si le rapport des deux est supérieur à 1,0, la structure est assez résistante pour soutenir le chargement.

$$SF_j = \frac{f_{max}}{f_{app}} \geq 1,0 \quad (3.3)$$

De plus, une contrainte sur la quantité de carburant maximum s'ajoute à la définition du problème. Comme il est montré au chapitre suivant, cette contrainte est nécessaire pour fermer le problème d'optimisation.

$$W_f \leq 5m^3 \quad (3.4)$$

### 3.1.3 Choix des variables de design

La définition de l'aile complète, autant dans la forme géométrique que dans le dimensionnement du caisson de voilure est caractérisée par plus de deux cents paramètres. L'optimisation n'est cependant pas effectuée sur tous ces paramètres. Pour la plupart, les valeurs sont gardées constantes, comme par exemple la position des longerons. Le choix d'effectuer notre analyse sur une aile linéaire à profil constant réduit aussi de beaucoup le nombre de variables. Nous avons gardé les variables pour lesquelles nous pensions

que l'effet de l'optimisation allait être le plus significatif. Au total, l'optimiseur joue sur trente-huit variables pour améliorer la fonction coût, soit six variables pour la forme en plan, seize pour la définition des profils 2D et seize pour la définition structurelle de l'aile.

Ce ne sont pas toutes les variables qui possèdent une influence sur toutes les disciplines. Il est alors possible d'établir une classification des variables selon la sensibilité qu'elles possèdent sur chacune des disciplines. Toutes les variables qui influencent à la fois les disciplines aérodynamique et structurelle (forme en plan, couches de base et structurelle de la paramétrisation) sont regroupées dans le vecteur  $X_{geo}$ . Les variables qui possèdent principalement une influence sur la discipline aérodynamique (rayon de courbure du bord d'attaque et son amplitude, angles  $\theta$  et  $\phi$  du bord de fuite) sont regroupées dans le vecteur  $X_{aero}$  et les variables qui possèdent principalement une influence sur la discipline structurelle (aires et épaisseurs des composantes structurelles) sont regroupées dans le vecteur  $X_{struct}$ . Bien que les variables  $X_{aero}$  et  $X_{struct}$  possèdent une influence directe ou indirecte sur toutes les disciplines modélisées, leur effet sur la discipline complémentaire à leur classification peut être négligé puisqu'il reste somme toute mineur. La base des décompositions utilisées repose sur cette classification. La liste complète des variables utilisées est présentée aux tableaux 3.1, 3.2 et 3.3.

TAB. 3.1 Variables de design  $X_{geo}$  et leurs bornes

Variables de design $X_{geo}$	Borne inférieure	Borne supérieure
Allongement [m]	5.0	15.0
Effilement [-]	0.2	1.0
Corde à l'emplanture [m]	2.0	8.0
Angle de vrillage [deg]	-5.0	5.0
Angle de flèche [deg]	0.0	35.0
Angle d'attaque [deg]	0.0	7.0
Position en Z du longeron avant (extrados) [-]	0.02	0.1
Pente du longeron avant (extrados) [-]	4.5	12.0
Position en Z du longeron avant (intrados) [-]	-0.08	-0.02
Pente du longeron avant (intrados) [-]	-12.0	-4.0
Position en Z du longeron arrière (extrados) [-]	0.02	0.1
Pente du longeron arrière (extrados) [-]	-12.0	-4.0
Position en Z du longeron arrière (intrados) [-]	-0.08	-0.02
Pente du longeron arrière (intrados) [-]	4.5	12.0
Point maximum X [-]	0.35	0.55
Point maximum Z [-]	0.04	0.12
Point minimum X [-]	0.15	0.45
Point minimum Z [-]	-0.08	-0.04

TAB. 3.2 Variables de design  $X_{aero}$  et leurs bornes

Variables de design $X_{aero}$	Borne inférieure	Borne supérieure
Rayon de courbure du bord d'attaque [-]	40	190
Amplitude du rayon de courbure du bord d'attaque [-]	0.9	1.15
Pente du bord de fuite (Intrados) [-]	-7.0	7.0
Pente du bord de fuite (Extrados) [-]	-21.0	-7.0

TAB. 3.3 Variables de design  $X_{struct}$  et leurs bornes

Variables de design $X_{struct}$	Emplanture		Saumon	
	Borne inférieure	Borne supérieure	Borne inférieure	Borne supérieure
Lisse, $e_{\text{âmc.intrados}}$ et $e_{\text{âmc.extrados}}$ [mm]	2.0	10	1.8	5.0
Lisse, $A_{\text{intrados}}$ et $A_{\text{extrados}}$ [cm <sup>2</sup> ]	0.5	10.0	0.4	5.0
Peaux, $e_{\text{intrados}}$ et $e_{\text{extrados}}$ [mm]	1.8	10.0	1.8	5.0
Longerons, $e_{\text{âmc.avant}}$ et $e_{\text{âmc.arrière}}$ [mm]	2.0	10.0	1.8	10.0

### 3.1.4 Méthode d'optimisation

La clé pour accélérer le processus d'optimisation est d'utiliser une méthode d'optimisation adaptée au problème et à l'optimum supposé. Dû à la complexité du problème en jeu (fonction coût bruitée, fortement non-linéaire, nombre de variables de design), trouver un optimum global est utopique. Nous préférons plutôt adopter une stratégie qui a fait ses preuves dans le domaine de l'ingénierie, c'est-à-dire améliorer une solution existante qui possède déjà une bonne fonction coût et pour laquelle nous nous doutons que l'optimum est proche. Cette solution de départ est approximée à partir de données provenant de la littérature (voir chapitre 1). Avec cette perspective en tête, les algorithmes d'optimisation à gradients semblent tout indiqués car ils ont prouvé leur habileté à trouver des optima locaux, à condition que le calcul des gradients soit assez précis. L'algorithme d'optimisation utilisé est DONLP2, un optimiseur à gradients utilisant la programmation séquentielle quadratique (SQP). Comme mentionné précédemment, il est nécessaire d'apporter une attention particulière au calcul des gradients.

#### 3.1.4.1 Choix du pas de discrétisation

Afin de trouver une direction de descente, les algorithmes à gradients nécessitent les dérivés de la fonction coût par rapport à chacune des variables. Puisque l'obtention de notre fonction coût s'obtient par une boîte noire, il est nécessaire de calculer par différences finies les gradients. Le calcul des gradients est réalisé à partir d'une différence amont selon l'expression suivante en ayant  $h$  comme pas de différentiation :

$$\frac{\delta f}{\delta X_i} \approx \frac{f(X_i + h) - f(X_i)}{h} \quad (3.5)$$



Lorsque la fonction est continûment différentiable, la valeur de la dérivée numérique converge vers la valeur exacte si  $h$  tend vers 0. Cependant, les analyses étant issues de calculs numériques, elles possèdent un certain niveau de bruit. Les erreurs numériques peuvent affecter la valeur des gradients et biaiser la direction de descente, mettant en danger l'efficacité de l'optimisation. Il est donc nécessaire de considérer un pas de différentiation assez grand pour amener une différence de fonction coût plus importante que le bruit mais assez petit pour rester aux alentours de  $X_i$ . Chaque analyse possédant un niveau de précision différent, il est nécessaire que chaque catégorie de variables d'entrée ait aussi un pas de différentiation différent. De par l'expérience, les pas de différentiation des variables de la forme en plan, de la structure et de la définition des profils sont choisis respectivement à des valeurs de  $10^{-2}$ ,  $5 \cdot 10^{-3}$  et  $5 \cdot 10^{-2}$ .

#### 3.1.4.2 Mise à l'échelle

La recherche de ligne faite à partir des gradients tend à se détériorer lorsque les variables de design possèdent différents ordres de grandeur. Si une variable possède un espace de design plus restreint qu'une autre variable mais que leur gradient est le même, il faut éviter que les recherches de ligne sur les deux espaces respectifs soient du même ordre de grandeur, sans quoi la recherche linéaire n'aboutira à rien. La mise à l'échelle des variables permet d'éliminer ce problème. Ainsi, à l'aide de leurs bornes ( $x^{sup}$  et  $x^{inf}$  figurent aux tableaux 3.1, 3.2 et 3.3), les variables sont mises à l'échelle entre -1,0 et 1,0 selon l'expression suivante :

$$X = \frac{2x - (x^{sup} + x^{inf})}{x^{sup} - x^{inf}} \quad (3.6)$$

### 3.2 Méthodes de décomposition

Plusieurs formulations peuvent être énoncées pour décomposer (ou non) un problème d'optimisation. Cependant peu d'entre elles peuvent prendre avantage de la nature du problème pour accélérer la résolution. La performance d'une méthode de décomposition peut varier selon le nombre de variables couplées, l'intensité du couplage, le nombre relatif des variables partagées et locales ainsi que selon la possibilité de conduire les analyses simultanément. Nous envisageons de formuler le problème global de design de façon à ce qu'il puisse être distribué à des disciplines spécialistes travaillant conjointement. Ce but peut être atteint en décomposant le problème original d'optimisation en un problème maître qui encapsule plusieurs sous-problèmes indépendants (i.e., une décomposition hiérarchique, voir section 1.6). Lorsque l'optimiseur maître requiert l'évaluation des fonction coûts et des contraintes, les sous-optimisations sont exécutées et retournent des solutions optimales pour les variables à leur disposition. L'optimiseur maître agit sur les variables globales pour coordonner les sous-optimiseurs qui eux agissent sur les variables locales. L'emploi d'optimiseur spécialiste est une façon rapide de trouver des optima locaux. Pour le problème à l'étude, une telle décomposition implique que la structure sera optimale à chaque itération. Une autre approche consiste à découpler (décomposer) l'analyse multi-disciplinaire en analyses indépendantes en ajoutant des variables auxiliaires  $t_i$  (aussi connues sous le nom de variables de compatibilité) pour remplacer les variables couplées. Ainsi, le couplage du MDA à deux disciplines illustré à la figure 3.1 disparaît et les calculs des fonctions coût et de contraintes s'effectuent tel que montrés à la figure 3.2. La faisabilité interdisciplinaire n'est pas nécessairement présente à chaque itération mais sera toutefois présente pour une solution optimale via les contraintes de compatibilité. Cette façon de décomposer le problème d'optimisation simplifie la structure du MDA et permet en plus la parallélisation des analyses rendues indépendantes.

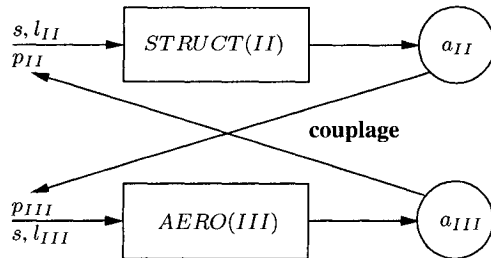


FIG. 3.1 Schématisation d'un MDA couplé

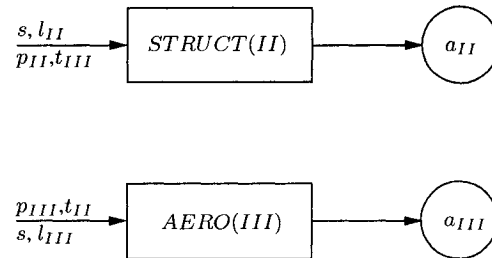


FIG. 3.2 Schématisation d'un MDA dé-couplé

À partir de la littérature, nous avons ciblé un premier groupe de méthodologies de décomposition (FIO et DAO simple et bi-niveaux ainsi que les méthodes semi-découplées) utilisant les stratégies mentionnées ci-haut et qui semblent avoir du potentiel pour la résolution du problème de design d'une aile aéroélastique. Les sous-sections suivantes expliquent en détail les méthodes retenues pour le problème à l'étude et décrivent ensuite la méthode utilisée pour prédire leur performance. Du groupe de départ, seules les formulations les plus prometteuses ont été implémentées et testées.

### 3.2.1 Optimisation complètement intégrée à simple niveau

La formulation la plus directe (i.e., non décomposée) est l'optimisation complètement intégrée à simple niveau ("single level fully integrated optimization" ou "single level FIO"). Cette décomposition nécessite la résolution du MDA à chaque calcul, elle implique donc une solution qui est réalisable à tous les coups. Que ce soit simple ou bi-niveaux, les formulations FIO ont exactement les inter-relations présentées à la figure 2.18. La formulation à simple niveau s'énonce comme suit :

$$\begin{aligned}
& \min_{X_{geo}, X_{aero}, X_{struct}} & -\frac{L}{D} \log \left( \frac{W_{struct} + W_f + W_0}{W_{struct} + W_0} \right) & (3.7) \\
\text{sous contraintes :} & & -1 \leq X_i \leq 1, i = 1, \dots, 38 \\
& & W_f \leq 5\text{m}^3 \\
& & SF_j \geq 1, j = 1, \dots, 6 \\
& & 0 \leq \frac{2L}{g(W_f + W_{struct} + W_0)} - 1 \leq 0.1
\end{aligned}$$

Cette formulation a pour avantage d'être simple et facile à implémenter. Cependant, la nature de cette formulation nécessiterait un temps de calcul prohibitif. Avec trente-huit variables, le calcul de la fonction coût et de ses gradients par différences finies nécessiteraient trente-neuf résolutions du couplage aérostructurel. Cette formulation a été énoncée parce qu'elle représente le mieux le problème à l'étude mais il est peu probable qu'elle soit utile pour le problème de design à l'étude.

### 3.2.2 Optimisation complètement intégrée bi-niveaux

L'optimisation complètement intégrée bi-niveaux ("bi-level fully integrated optimization" ou "bi-level FIO") proposée par Bettinger (2004) est reprise ici. Elle décompose le problème en un optimiseur maître et un sous-problème structurel. Le problème maître

s'énonce comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{X_{geo}, X_{aero}} \quad -\frac{L}{D} \log \left( \frac{W_{struct}^+ + W_f^+ + W_0}{W_{struct}^+ + W_0} \right) \\
 & \text{sous contraintes :} \quad -1 \leq X_{geo_i}, X_{aero_i} \leq 1, i = 1, \dots, 22 \\
 & \quad \quad \quad W_f \leq 5\text{m}^3 \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq \frac{2L}{g(W_f^+ + W_{struct}^+ + W_0)} - 1 \leq 0,1
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Pour une géométrie de l'enveloppe externe donnée, les variables structurelles sont optimisées selon le problème suivant :

$$\begin{aligned}
 & \min_{X_{struc}} \quad -\log \left( \frac{W_{struct} + W_f + W_0}{W_{struct} + W_0} \right) \\
 & \text{sous contraintes :} \quad -1 \leq X_{struct_i} \leq 1, i = 1, \dots, 16 \\
 & \quad \quad \quad W_f \leq 5\text{m}^3 \\
 & \quad \quad \quad SF_j \geq 1, j = 1, \dots, 6
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

La solution optimale du sous-problème retourne les valeurs de  $W_s^+$  et  $W_f^+$ , respectivement les poids de la structure optimale et du carburant pour la configuration externe donnée. L'analyse multidisciplinaire est ensuite résolue avec cette structure pour obtenir  $L$  et  $D$  pour l'aile déformée.

### 3.2.3 Méthodes semi-découplées

Une méthode de décomposition semi-découplée consiste à briser une seule des boucles de retour ou d'aller du couplage. Puisque nous avons deux analyses couplées, nous avons deux façons différentes de casser le couplage. On choisit de prendre les variables auxiliaires structurelles car elles sont moins nombreuses que les variables auxiliaires des

forces. Les inter-relations entre les disciplines pour la formulation semi-découplée retenue sont montrées à la figure 3.3. On remarque que l'analyse aérodynamique sur l'aile flexible (AERO(III)) est conduite à partir des variables  $t_\delta$  et  $t_\phi$  et que les valeurs de  $\delta$  et de  $\phi$  sont obtenues en utilisant les forces  $l_{aero}$ . La consistance entre les variables auxiliaires et couplées est assurée par la présence de contraintes de compatibilité.

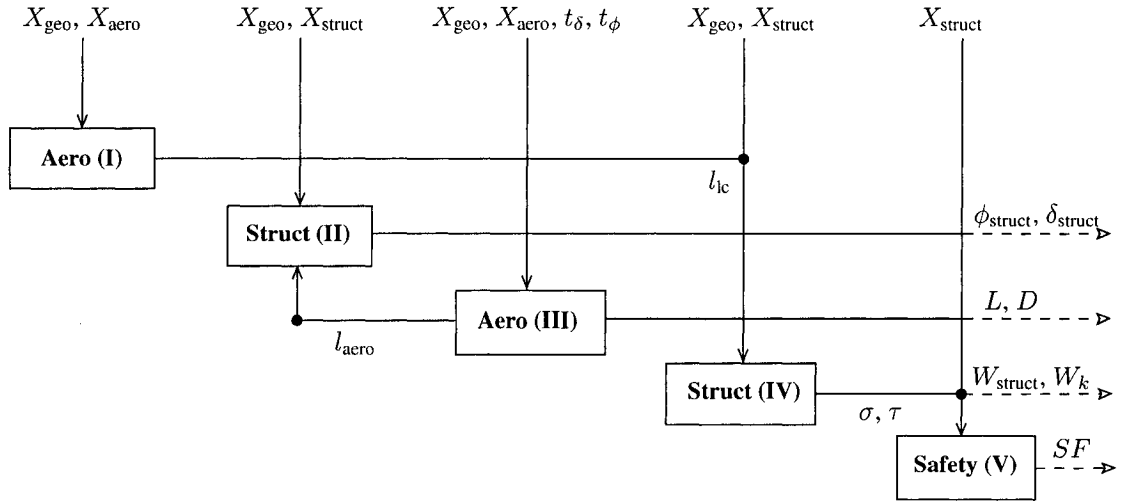


FIG. 3.3 Représentation en cascade des interactions entre les analyses semi-découplées

La formulation semi-découplée retenue s'énonce comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\substack{X_{geo}, X_{struct}, X_{aero} \\ t_\phi, t_\delta}} -\frac{L}{D} \log \left( \frac{W_{struct} + W_f + W_0}{W_{struct} + W_0} \right) & (3.10) \\
 \text{sous contraintes :} & \quad 0 \leq \frac{2L}{g(W_f + W_{struct} + W_0)} - 1 \leq 0,1 \\
 & \quad W_f \leq 5\text{m}^3 \\
 & \quad SF_j \geq 1, j = 1, \dots, 6 \\
 & \quad t_\phi - \phi_{struct} = 0 \\
 & \quad t_\delta - \delta_{struct} = 0 \\
 & \quad -1 \leq X_i \leq 1, i = 1, \dots, 45
 \end{aligned}$$

### 3.2.4 Optimisation avec analyses distribuées simple niveau

L'optimisation avec analyses distribuées à simple niveau ("distributed analysis optimization" ou DAO<sup>1</sup>) est similaire à la décomposition semi-découplée sauf que les analyses STRUCT(II) et AERO(III) sont complètement découplées par l'emploi des variables auxiliaires  $t_l$ ,  $t_\delta$  et  $t_\phi$ . Les inter-relations entre les disciplines pour la formulation découplée sont montrées à la figure 3.4.

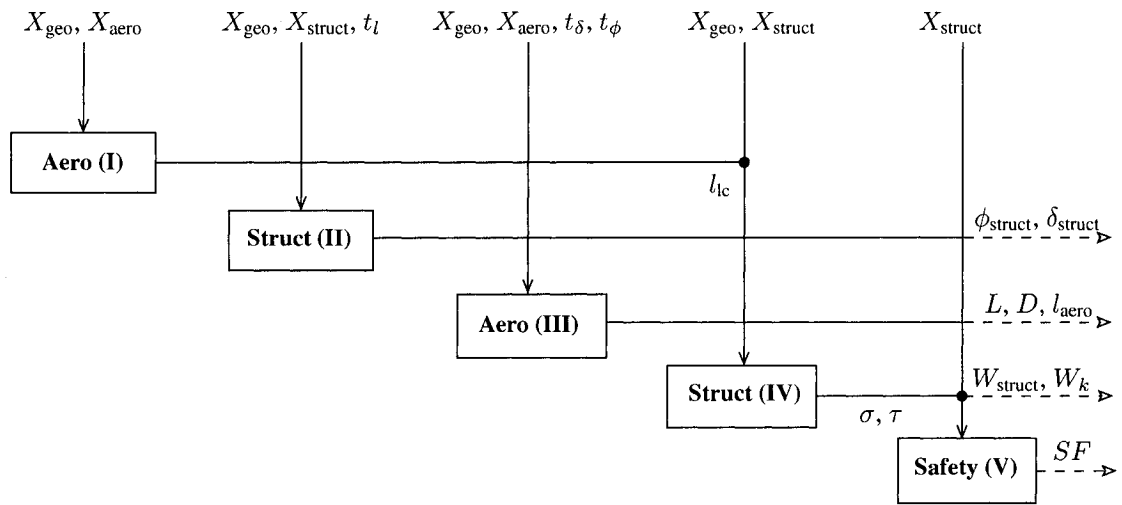


FIG. 3.4 Représentation en cascade des interactions entre les analyses découplées

<sup>1</sup>initialement appelée Individual Discipline Feasible (IDF) par Cramer et al. (1993)

La formulation simple niveau DAO s'énonce comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\substack{X_{geo}, X_{struct}, X_{aero} \\ t_l, t_\phi, t_\delta}} & -\frac{L}{D} \log \left( \frac{W_{struct} + W_k + W_0}{W_{struct} + W_0} \right) & (3.11) \\
 \text{sous contraintes :} & & 0 \leq \frac{L}{g(W_k + W_{struct} + W_0)} - 1 \leq 0, 1 \\
 & & W_f \leq 5\text{m}^3 \\
 & & SF_j \geq 1, j = 1, \dots, 6 \\
 & & t_l - l_{aero} = 0 \\
 & & t_\phi - \phi_{struct} = 0 \\
 & & t_\delta - \delta_{struct} = 0 \\
 & & -1 \leq X_i \leq 1, i = 1, \dots, 55
 \end{aligned}$$

### 3.2.5 Optimisation avec analyses distribuées bi-niveaux

L'optimisation avec analyses distribuées bi-niveaux ("bi-level DAO") ressemble beaucoup à la formulation à simple niveau sauf que le problème structurel est résolu séparément par un sous-optimiseur. Une optimisation structurelle complète doit être conduite pour tous les changements dans la valeur des variables  $X_{geo}$  et  $X_{aero}$ . L'optimiseur maître s'énonce comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\substack{X_{geo}, X_{aero} \\ t_l, t_\phi, t_\delta}} & -\frac{L}{D} \log \left( \frac{W_{struct}^+ + W_k^+ + W_0}{W_{struct}^+ + W_0} \right) & (3.12) \\
 \text{sous contraintes :} & & 0 \leq \frac{L}{g(W_k^+ + W_{struct}^+ + W_0)} - 1 \leq 0, 1 \\
 & & W_f \leq 5\text{m}^3 \\
 & & t_l - l_{aero} = 0, \quad t_\phi - \phi_{struct} = 0 \text{ et } t_\delta - \delta_{struct} = 0 \\
 & & -1 \leq X_i \leq 1, i = 1, \dots, 39
 \end{aligned}$$



La sous-optimisation structurelle est identique à celle du FIO bi-niveaux (voir la section 3.2.2).

### **3.2.6 Prédiction de la performance d'une méthode de décomposition**

Afin de pouvoir départager les différentes formulations retenues, la présente étude propose une méthode pour prévoir la performance d'une formulation. Cette méthode consiste à prédire approximativement le temps requis pour effectuer une itération (i.e., l'évaluation du calcul de base ainsi que des calculs des gradients de la fonction coût et des contraintes par rapport à toutes les variables) et de comparer ce temps pour évaluer les performances potentielles des différentes formulations identifiées. Il faudra cependant prendre en considération dans la comparaison que l'itération d'une méthode découplée prend généralement plus de temps qu'une méthode décomposée hiérarchiquement (dû aux variables auxiliaires supplémentaires) mais qu'elle converge généralement plus vite en plus de posséder plus de flexibilité. Nous sommes par contre dans l'obligation de négliger cette dernière caractéristique dans une prédiction quantitative puisque le ratio travail par itération versus l'efficacité de l'optimisation est a priori impossible à déterminer.

Pour faire une prédiction rapide du temps nécessaire pour effectuer une itération, nous ne comptons que les analyses qui requièrent le plus de temps. Puisque c'est la discipline aérodynamique qui est de loin la plus coûteuse en terme de temps de CPU (une analyse structurelle ne prend que quelques secondes), la prédiction des performances des méthodes de décomposition est évaluée par le temps requis par les analyses aérodynamiques. Par expérience, nous avons observé qu'une évaluation CFD prenait un peu moins d'une heure (avec un processeur P4 à 3,2Ghz). On comptabilise alors chaque calcul FLUENT comme une heure d'analyse. Cependant, les sous-optimisations structurelles requises par certaines décompositions ne peuvent pas être négligées dans la com-

pilation du temps de calcul. Par expérience, nous ajoutons environ trente minutes à la résolution d'un MDA qui est réalisée avec une sous-optimisation. La façon de comptabiliser les heures diffère selon le type de la méthode de décomposition. Les détails de ces calculs sont présentés dans les deux prochaines sous-sections.

### 3.2.6.1 Prédiction du temps d'analyse aérodynamique des formulations couplées

Comme mentionné à la section 2.4.2, les analyses qui sont couplées requièrent la résolution du MDA (par la méthode du point-fixe) pour obtenir la fonction coût. Cette résolution nécessite en moyenne quatre itérations pour faire converger la déflexion en bout d'aile (trois calculs aérodynamiques et quatre structuraux). La résolution du MDA permet d'obtenir toute l'information sur la fonction coût et les fonctions de contraintes, nous pouvons donc établir qu'obtenir les informations nécessaires à l'optimisation pour une seule variable prend environ trois heures.

Dans le cas à simple niveau, la résolution du MDA est nécessaire pour l'évaluation du calcul de base ainsi que le calcul des gradients de toutes les variables. Le premier calcul aérodynamique des variables  $X_{struct}$  peut cependant être repris de l'évaluation de BASE, donc les variables  $X_{struct}$  nécessitent seulement deux calculs FLUENT. Quant au cas bi-niveaux, toutes les variables sauf la catégorie  $X_{struct}$  (qui est optimisée par le sous-optimiseur) nécessite la résolution du MDA. De plus, le temps nécessaire aux sous-optimisations structurelles doit être ajouté pour la méthode bi-niveaux (environ 30 minutes). Les deux prochaines équations traduisent mathématiquement le temps requis pour effectuer tous les calculs séquentiellement pour une itération de l'optimisation en

fonction du nombre de variables de chacune des catégories.

$$\text{Temps}_{\text{couplée simple niveau}} = 3 \cdot (BASE + X_{geo} + X_{aero}) + 2 \cdot (X_{struct})$$

$$\text{Temps}_{\text{couplée bi-niveaux}} = (3 + 0.5) \cdot (BASE + X_{geo} + X_{aero})$$

### 3.2.6.2 Prédiction du temps d'analyse aérodynamique des formulations découplées et semi-découplées

Le découplage utilisé à travers les différentes décompositions permet de casser les boucles d'aller et de retour entre les analyses STRUCT(II) et AERO(III), nous pouvons donc éviter la longue résolution par point-fixe du couplage. Cependant, bien que la résolution du MDA ne soit plus nécessaire, nous ne réduisons pas le nombre d'évaluations aérodynamiques de trois à une pour autant. En plus du calcul sur l'aile flexible, il est toujours nécessaire d'effectuer un calcul sur l'aile rigide afin d'obtenir les forces du cas de chargement. De plus, le découplage vient avec un inconvénient : l'ajout des variables auxiliaires ( $t_i$ ) qui émulent les variables couplées. Ces variables représentent donc une augmentation du nombre de calculs aérodynamiques.

Dans notre étude, les variables couplées sont les forces et les déformations appliquées sur les nervures. Les forces ( $l_{aero}$ ) incluent le cisaillement vertical ainsi que les moments de flexion et de torsion tandis que les déformations incluent la déflexion et la torsion à chaque nervure ( $\delta_i$  et  $\phi_i$ ). Le problème d'optimisation comporte donc au total soixante-quinze variables couplées. Une formulation utilisant des variables auxiliaires pourra avoir une bonne performance si le nombre de variables ajouté est relativement faible. Par conséquent, nous proposons de réduire le nombre de variables en utilisant comme variables auxiliaires seulement la déflexion à trois nervures et la torsion, le cisaillement et le moment de torsion à six nervures. Les informations aux autres nervures

sont toujours nécessaires et sont obtenues par l'interpolation des variables auxiliaires. Nous devons cependant nous assurer périodiquement de la validité de l'interpolation, ce qui est démontrée à l'annexe IV. Les moments de flexion ne sont pas considérés comme des candidats pour devenir des variables auxiliaires car ils changent peu d'une itération à l'autre et ont un impact somme toute mineur. Les valeurs des moments de flexion sont donc reprises de l'itération précédente. Par ailleurs, en prenant un des interpolants structuraux à l'emplanture, nous pouvons réduire de deux le nombre de variables auxiliaires puisque les déformations y sont nulles. Avec toutes ces simplifications, nous avons un total de sept variables auxiliaires définissant les déformations ( $t_\delta$  et  $t_\phi$ ) et de dix définissant les forces aéroélastiques ( $t_l$ ).

Les méthodes de décomposition découplées nécessitent deux évaluations aérodynamiques (rigide et flexible) pour l'évaluation de base ainsi que pour les gradients des variables  $X_{geo}$  et  $X_{aero}$ . Le nombre d'appels à la discipline aérodynamique pour les gradients des variables auxiliaires dépendra de la décomposition. Une méthode semi-découplée devra prendre pour variables auxiliaires l'une ou l'autre des catégories de variables auxiliaires et nécessitera une évaluation aérodynamique par variable ajoutée. La méthode découplée nécessitera quant à elle les deux catégories de variables auxiliaires mais ne requièrera une évaluation aérodynamique que pour les variables auxiliaires de déformation. Les variables auxiliaires de force  $t_l$  ne nécessitent pas d'évaluation aérodynamique flexible car elles sont uniquement des entrées de l'analyse STRUCT(II) qui est régie par NASTRAN. Les trois prochaines équations traduisent mathématiquement le temps requis pour effectuer tous les calculs séquentiellement pour une itération de l'optimisation en fonction du

nombre de variables de chacune des catégories.

$$\text{Temps}_{\text{semi-découplée, simple niveau}} = 2 \cdot (BASE + X_{geo} + X_{aero}) + 1 \cdot (t_{\delta} + t_{\phi})$$

$$\text{Temps}_{\text{découplée, simple niveau}} = 2 \cdot (BASE + X_{geo} + X_{aero}) + 1 \cdot (t_{\delta} + t_{\phi})$$

$$\text{Temps}_{\text{découplée, bi-niveaux}} = (2 + 0.5) \cdot (BASE + X_{geo} + X_{aero}) + 1 \cdot (t_{\delta} + t_{\phi})$$

### 3.2.6.3 Méthodes de décomposition retenues pour les tests

La compilation des prédictions des performances des différentes méthodes de décomposition présentées ci-haut (sections 3.2.1 à 3.2.6) sont montrées à la table 3.4. Les temps montrés correspondent au temps requis pour effectuer séquentiellement le calcul de base et des gradients pour chaque variables. À partir de ces prédictions, nous avons décidé de tester les formulations FIO bi-niveaux et semi-découplée. Les décompositions DAO ne sont pas testées car elles n'offrent pas plus de flexibilité que les méthodes semi-découplées et qu'elles possèdent plus de variables, ce qui risque de rendre l'optimiseur moins efficace et qui résultera en un nombre accru d'itérations.

TAB. 3.4 Prédiction des performances des méthodes de décomposition pour une itération

Méthode de décomposition	Temps d'analyse approximé
FIO simple niveau	117
FIO bi-niveaux	80.5
Semi-découplée	53
DAO simple niveau	53
DAO bi-niveaux	64.5

## CHAPITRE 4

### OPTIMISATION AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE VOILURE TRANSSONIQUE

Au cours des précédents chapitres, les définitions, les hypothèses et les hiérarchies logicielles ont été mises en place pour procéder à des optimisations multidisciplinaires. Avant d'aboutir aux résultats, ce chapitre commence par expliquer la procédure utilisée pour comparer les différentes méthodes de décomposition. Ensuite les convergences des deux méthodes de décomposition pour le problème de la maximisation du rayon d'action d'un avion sont présentées et comparées. Enfin, un retour sur les modélisations utilisées est fait afin de voir quels impacts les choix de ces modélisations ont eu sur les designs optimisés.

#### 4.1 Performances des méthodes de décomposition

Les sections suivantes présentent les résultats obtenus au cours des optimisations. La comparaison des performances des méthodes de décomposition implémentées est réalisée à la fois en terme d'appels à la discipline aérodynamique et d'optimum atteint (fonction coût). Idéalement, les optimas atteints par les deux méthodes de décomposition devraient être les mêmes. Cependant, les résultats de chaque décomposition peuvent différer car il existe une multitude d'optimas locaux et parce que chaque méthode possède plus ou moins de flexibilité pour trouver un optimum global.

Afin de comparer les résultats des différentes optimisations, le point de design initial se doit d'être le même. Avant de présenter les résultats des différentes méthodes de

décomposition, ce point de design initial est donc défini.

#### **4.1.1 Point initial**

Comme mentionné dans le chapitre 1, une façon rapide d’obtenir un bon point de départ pour la conception préliminaire est d’utiliser les données existantes pour des avions comparables. Cette même méthode est utilisée pour déterminer le point initial de l’optimisation. Il y a de très fortes chances que ce point de design soit proche du point optimal, ce qui par conséquent facilite grandement le travail de l’optimiseur à gradient. La forme en plan est donc basée sur celle du CL-604 de Bombardier (Jackson et al., 2004), la définition de la structure est issue d’une pré-optimisation structurelle d’une aile proche du point initial et le profil de base est un profil transsonique qui se rapproche du RAE2822. Il est avantageux de prendre un profil transsonique dès le départ car le régime de croisière étudié est dans cette plage. Pour les décompositions nécessitant des variables auxiliaires, les valeurs initiales de ces variables sont les valeurs issues de la résolution du problème multidisciplinaire initial. Les tableaux de l’annexe V font un sommaire des valeurs des variables de design de départ utilisées.

#### **4.1.2 Optimisation avec la méthode FIO bi-niveaux**

Cette partie du travail montre les résultats obtenus pour le problème de maximisation du rayon d’action d’un avion avec une méthode de décomposition FIO bi-niveaux (voir section 3.2.2 pour l’expression de la formulation). Tout d’abord, le comportement de la sous-optimisation structurelle est présenté. Par la suite, une analyse de la convergence de l’optimiseur maître en regard aux fonctions coûts aérodynamique et structurelle est réalisée et enfin, une discussion sur la qualité du point de design obtenu est faite.

#### 4.1.2.1 Sous-optimisation structurelle

La sous-optimisation structurelle consiste à réduire le poids du caisson de voilure pour une géométrie d'aile et une quantité de carburant données tout en satisfaisant les contraintes structurelles. Nous savons par expérience que la structure optimale sera atteinte lorsque les marges de sécurité seront saturées (i.e.,  $MS = 0$ ). Cette caractéristique prévaut pour toutes les marges de sécurité sauf l'une des deux caractérisant les lisses supérieures, la plus petite étant le facteur limitant qui interdit toute réduction dans les grandeurs structurelles.

Les figures 4.1 et 4.2 montrent les convergences pour la fonction coût structurelle et les marges de sécurité lors de la sous-optimisation structurelle. Pour les variables globales choisies (en cours de l'optimisation maître), la solution structurelle converge en vingt-huit itérations. Il s'agit cependant d'une sous-optimisation effectuée lors d'une recherche de ligne du niveau maître ayant un grand pas, donc la structure initiale est très loin de la structure optimale expliquant alors le nombre élevé d'itérations. Néanmoins, les marges de sécurité atteignent la saturation (la marge de sécurité non saturée n'est pas illustrée). En général, la sous-optimisation d'une recherche de ligne typique nécessite moins de six itérations pour atteindre les critères d'optimalité et moins de trois lors d'un gradient. Ces deux figures permettent aussi de voir que la fonction coût continue de s'améliorer même une fois que les marges de sécurité sont saturées grâce à un réarrangement des variables.

Bien que la sous-optimisation structurelle de la décomposition FIO bi-niveaux soit généralement stable dans la plage de l'optimum supposé, elle peut se montrer très difficile à converger en dehors de cette plage. Cette difficulté à converger survient durant une recherche de ligne du problème maître qui cherche à évaluer un point de design très loin du point obtenu lors de la dernière itération. Dès lors, le point de départ pour la sous-optimisation semble trop loin de la solution optimale pour un optimiseur à gradient. La sous-optimisation s'arrête donc lorsque le nombre d'itérations maximum ou



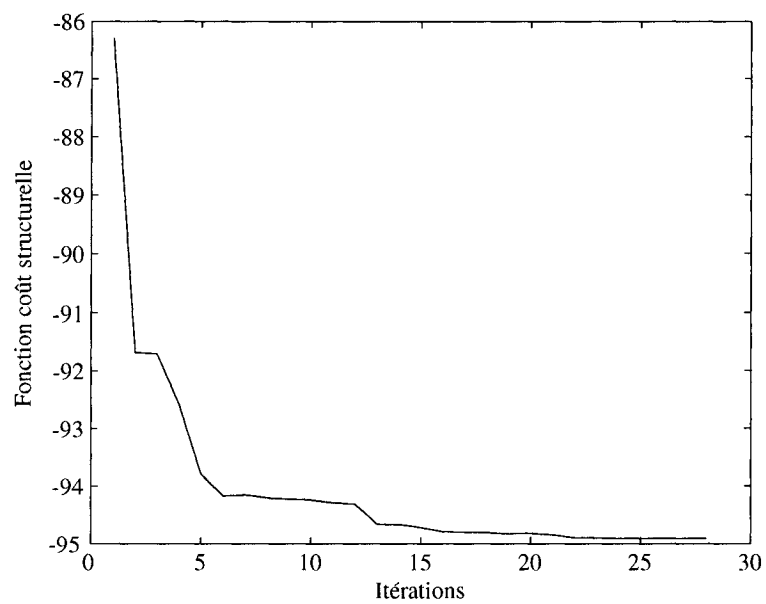


FIG. 4.1 Évolution de la fonction coût structurelle au cours d'une sous-optimisation

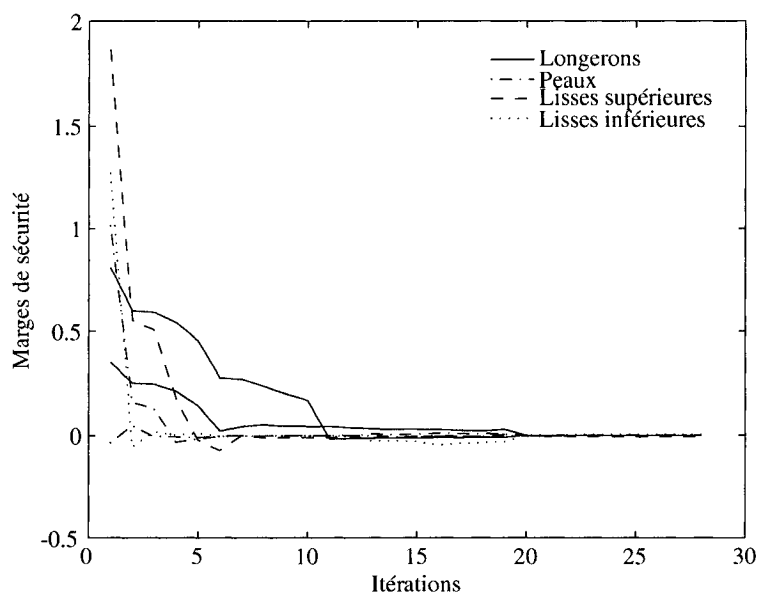


FIG. 4.2 Évolution des marges de sécurité au cours d'une sous-optimisation

que le pas minimum de la recherche de ligne est atteint. La structure qui résulte de cette sous-optimisation avortée implique généralement des marges de sécurité non-saturées. Lors de telles sous-optimisations, la fonction coût globale peut parfois être améliorée dû au changement du profil et/ou de la forme en plan. Une structure non-optimale peut donc sortir de la recherche de ligne. L'optimisation prend généralement une itération de l'optimiseur maître pour revenir à une structure pour laquelle les marges de sécurité sont saturées. Il a été remarqué que ce comportement était plus susceptible de survenir au début de l'optimisation maître car au fil des itérations, l'optimiseur pondère à la baisse son pas de recherche linéaire pour réduire le nombre de recherche de ligne nécessaire pour une itération.

#### **4.1.2.2 Optimisation globale**

L'optimisation multidisciplinaire de l'aile aéroélastique modélisée a nécessité 18 itérations de l'optimiseur maître pour lesquelles 496 résolutions du MDA ont été requises. Au total, c'est 2484 évaluations FLUENT qui ont été effectuées sur un serveur de calcul. La fonction objectif est passée d'une valeur initiale de -6,29 à une valeur de -10,51. Le critère d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker n'a cependant pas été obtenu au cours de l'optimisation et l'arrêt des calculs a été occasionné par l'atteinte du nombre maximal d'évaluations permises pour une recherche de ligne (dix-huit évaluations). Il s'agit donc d'un point final et non d'un point optimal.

La figure 4.3 montre le comportement de l'optimisation au cours des itérations et des recherches de ligne. L'infaisabilité illustrée dans la figure est définie comme la somme des contraintes violées. La solution initiale est infaisable au début car l'aile génère trop de portance. La fonction coût peut être nulle au cours des recherches de ligne si le design est non faisable (i.e., marges de sécurité violées). Cet artifice sur la fonction coût est utilisé afin de réduire les calculs. Si une marge de sécurité issue du sous-problème

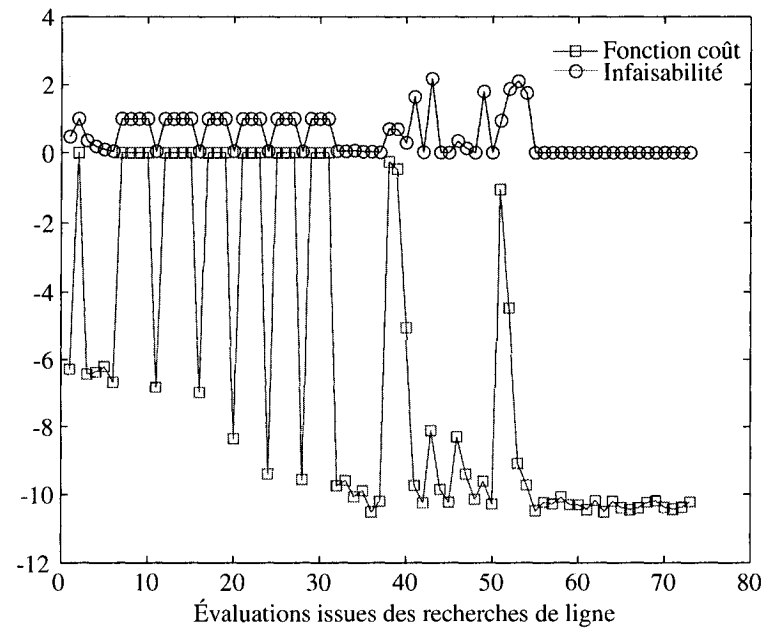


FIG. 4.3 Évolution du design de l'aile (FIO bi-niveaux)

d'optimisation est violée, la résolution du MDA est interrompue et la fonction coût est imposée à 0.

Les évolutions des fonctions coûts aérodynamique, structurelle et totale sont illustrées à la figure 4.4. Cette figure montre que l'optimisation passe essentiellement par deux phases bien distinctes. La première phase de l'optimisation se distingue par ses efforts à atteindre une solution faisable. La solution initiale est infaisable car la génération de portance apportée par ce design est trop importante. L'optimiseur cherche donc à réduire la portance en modifiant l'angle d'attaque et les dimensions de la surface portante (corde à l'emplanture, effilement, envergure). La réduction de la taille de la surface portante entraînent conséquemment la diminution du volume de l'aile et donc de la quantité de carburant embarqué pénalisant alors la fonction coût structurelle. Comme le montre la figure 4.4, la fonction coût structurelle augmente jusqu'à l'itération cinq, itération où la contrainte de portance maximum est finalement satisfaite et où la première phase de

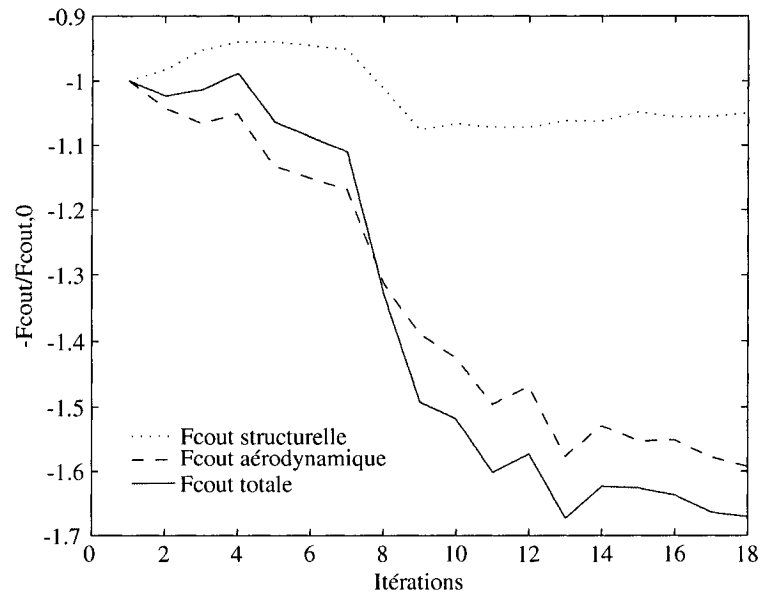


FIG. 4.4 Évolution des fonctions coûts au cours des itérations (FIO bi-niveaux)

l'optimisation se termine. Il est important de remarquer que malgré le travail fait pour satisfaire les contraintes, l'optimiseur réussit tout de même à améliorer la fonction coût totale. Cette amélioration provient du côté aérodynamique de la fonction coût ( $L/D$ ). La perte de portance occasionne une perte de traînée proportionnellement plus importante puisque une des composantes de la traînée totale, la traînée induite, varie selon le carré de la portance. Une perte de traînée est aussi obtenue par l'intermédiaire des autres variables notamment l'augmentation de la flèche (qui diminue la traînée d'onde) et la diminution de l'angle de vrillage en bout d'aile (qui diminue la traînée induite).

La deuxième phase est principalement caractérisée par une diminution progressive de l'angle d'attaque, ce qui permet alors l'augmentation du volume de l'aile. La fonction coût structurelle s'améliore conséquemment et finit par dépasser sa valeur initiale. Toutefois, à partir de la neuvième itération, la fonction coût structurelle se stabilise. Ce phénomène n'est pas naturel et est induit par une contrainte insérée dans le code. Cette contrainte spécifie que le volume maximal pouvant recevoir du carburant est de  $5m^3$  peu importe le volume de l'aile. Sans cette limite le volume de carburant, étant très im-

portant dans le calcul de la fonction coût totale, aurait augmenté jusqu'à ce qu'une ou des variables atteignent leur borne (voir section 4.2.1). Cette limite étant atteinte, toute augmentation dans la grosseur de l'aile fera diminuer la fonction coût structurelle car le poids de l'aile augmentera et la quantité de carburant restera la même. Les variations subséquentes dans la fonction structurelle sont donc dues aux ré-arrangements des variables structurelles optimales des différentes géométries de l'aile proposées par l'optimiseur maître. La fonction coût aérodynamique continue quant à elle à s'améliorer. L'optimiseur essaie de trouver la meilleure configuration aérodynamique qui minimise la traînée, soit en diminuant la traînée d'onde (réduction du choc) ou en réduisant la traînée induite par un chargement moins élevé au niveau du bout d'aile.

La forme en plan qui résulte de l'optimisation avec la méthode de décomposition FIO bi-niveaux est montrée à la figure 4.5. Comme il a été mentionné ci-haut, la volonté de l'optimiseur à se diriger vers une "aile-citerne" a fait descendre l'angle d'attaque et augmenter la grosseur de l'aile. Nous nous retrouvons donc avec une envergure, une corde à l'emplanture et un effilement plus grand qu'initialement.

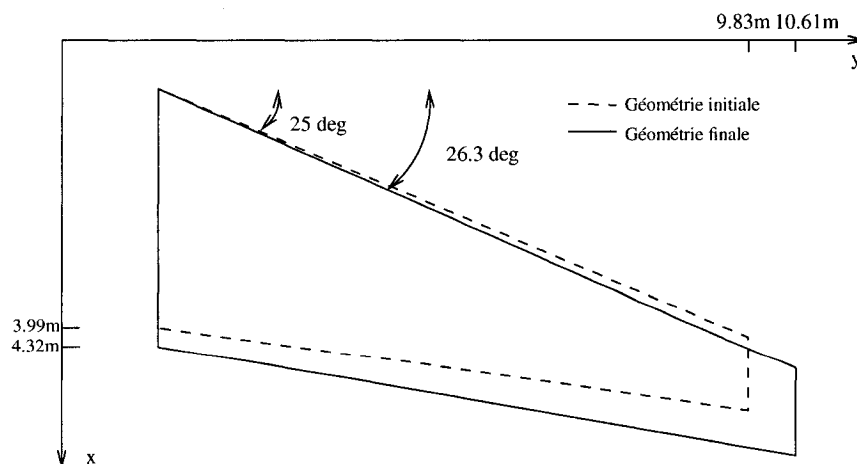


FIG. 4.5 Formes en plan initiale et finale (FIO bi-niveaux)

Au premier coup d'oeil, la figure 4.6 nous indique que l'optimisation ne s'est pas bien passée pour ce qui est des variables définissant la forme du profil. Nous pouvons faire cette affirmation car le profil possède une importante excroissance sur l'extrados près du bord d'attaque. Cette bosse induit à coup sûr un choc important pour tout régime à nombre de Mach le moins élevé. Ce problème provient entre autre de la paramétrisation, elle ne devrait pas permettre de tels designs car ils font perdre le sens physique des points clés (voir section 4.2.3), mais il provient aussi de l'optimisation. En regardant plus attentivement les variables finales (voir l'annexe V) nous remarquons que certaines variables, la plupart des variables définissant le profil, n'ont pratiquement pas bougé de leur valeur initiale (notamment la variable représentant la pente au point clé du longeron avant de l'extrados, causant le problème mentionné ci-haut). Bien que les gradients de ces variables possèdent un sens physique (c'est à dire non dû au bruit sur les résultats des analyses), elles sont celles qui ont les plus petits gradients. C'est à partir de cette dernière caractéristique que nous pouvons affirmer qu'il y a un problème dans l'optimisation, plus précisément au niveau de la formulation. Puisque les variables définissant la forme en plan et le profil sont au même niveau (niveau maître) et que leur gradients respectifs sont d'un ordre de grandeur différent, les variables ayant les plus petits gradients ont tendance à varier peu au fil des itérations. Si l'optimisation s'était bien passée, l'amincissement du profil aurait dû s'accompagner d'un changement de pente pour éviter de générer un profil bossé.

Avant de démarer l'optimisation, nous anticipions une accentuation de quelques caractéristiques dans la forme du profil qui ont la propriété d'améliorer la performance en régime transsonique : l'augmentation du rayon au bord d'attaque, un point maximum en  $z$  plus loin sur l'extrados et un "cove" plus important. Bien que le profil initial possédait déjà ces caractéristiques, ces dernières n'ont pas été amplifiées. Nous nous attendions à ce que certaines variables conservent leur ordre de grandeur mais pas à ce qu'elles restent quasi-identiques. Cependant, malgré la difficulté à optimiser les variables définissant le profil, les changements dans la forme du profil ont quand même eu un effet positif sur la

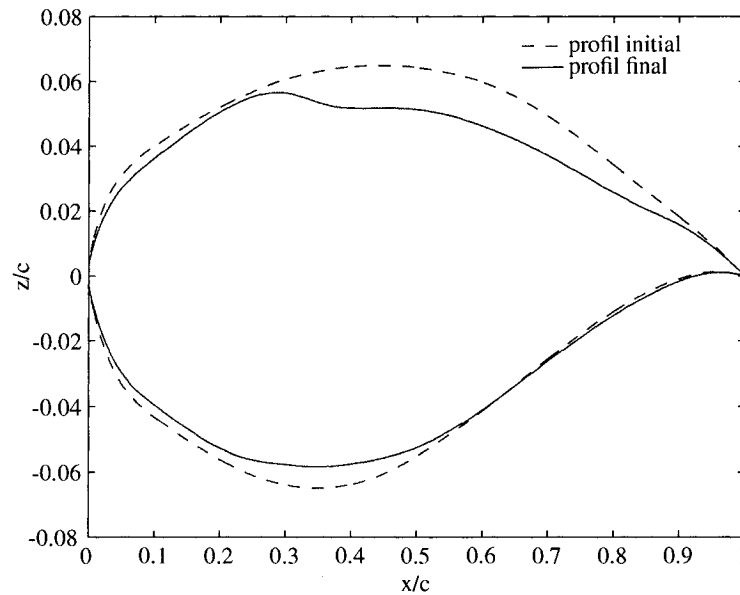


FIG. 4.6 Profils initial et final (FIO bi-niveaux)

diminution de la traînée. À titre de comparaison, le MDA a été résolu avec comme configuration une aile ayant le profil initial ainsi que la forme plan (plus l'angle d'attaque) et la structure finales. La fonction coût résultante de cette configuration a été de -8,29, soit 21% inférieure à la solution finale obtenue avec l'optimisation du profil. Le plus grand gain dans la fonction coût issu de l'optimisation sur le profil provient d'une perte de traînée provoquée par une réduction de 12,2% à 11,0% de l'épaisseur du profil (excroissance exclue). La diminution de l'épaisseur du profil induit une perte de carburant qui est compensée par l'augmentation de la surface alaire. Les figures 4.7 et 4.8 montrent les contours du nombre de Mach sur l'extrados pour les designs initial et final. Nous remarquons que les régions avec de hauts nombres de Mach sont beaucoup plus petites dans le design final, le nombre de Mach maximum passant même d'une valeur de 1,27 à une valeur de 1,12. Cette caractéristique amenée principalement par l'amincissement du profil et la réduction de l'angle d'attaque diminue fortement la traînée d'onde. De plus, le nombre de Mach le plus élevé de la solution finale est causé par l'excroissance du profil.

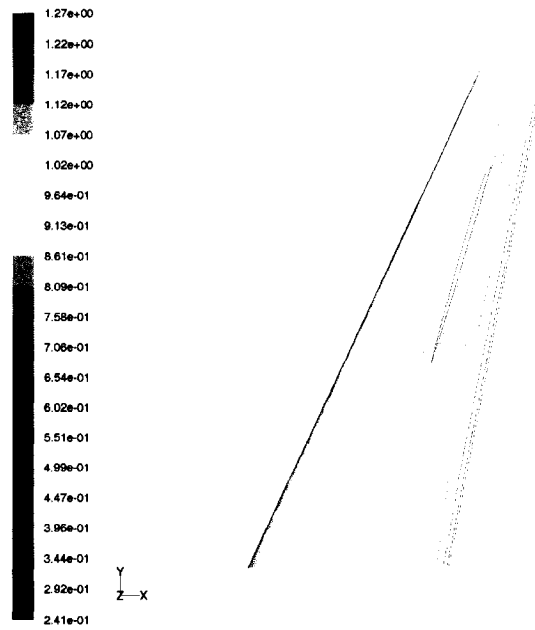


FIG. 4.7 Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design initial)

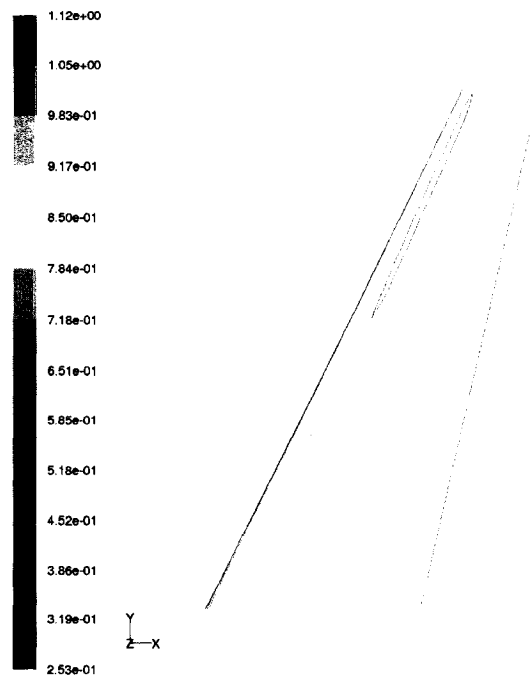


FIG. 4.8 Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design final, FIO bi-niveaux)



Le tableau 4.1 rassemble les caractéristiques permettant de calculer les fonctions coûts du design initial et du design final. Nous remarquons que l'aile finale est la plus rigide mais comme il est expliqué à la section 4.2, la manière de simuler le cas de chargement est trop conservatrice, ce qui explique la grande rigidité de l'aile. Au final, l'optimisation qui a été conduite ne semble pas pertinente car le design trouvé n'est pas viable commercialement.

	Portance (N)	Portance cible (N)	Traînée (N)	Volume aile ( $m^3$ )	masse aile (kg)	déformation % de $s$
Initiale	153503	97650	4100	4,53	765	3,2
Finale	105388	103515	1767	5,0	1032	2,3

TAB. 4.1 Caractéristiques aérodynamiques et structurelles des points initial et final (FIO bi-niveaux)

### 4.1.3 Optimisation avec la méthode semi-découplée

Cette section du travail montre les résultats obtenus pour le problème de maximisation du rayon d'action d'un avion avec une méthode de décomposition semi-découplée (voir section 3.2.3 pour l'expression de la formulation). Une analyse de la convergence de l'optimiseur est réalisée et une discussion sur la qualité du point de design obtenu est faite.

L'optimisation de l'aile aéroélastique a nécessité 26 itérations. Au total, c'est 1470 évaluations FLUENT qui ont été effectuées sur un serveur de calcul. La fonction coût est passée d'une valeur initiale de -6,29 à une valeur finale de -9,58. Le critère d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker n'a par contre pas été obtenu car l'optimisation a été arrêtée manuellement. Il s'agit donc encore d'un point final et non d'un point optimal. L'arrêt de l'optimisation a été effectuée car les variations dans la fonction coût et dans les variables

étaient rendues suffisamment faibles (0,02% pour la fonction coût). Au point de design final, toutes les contraintes du problème d'optimisation sont satisfaites toutefois, toutes les contraintes structurelles sur les marges de sécurité (sauf une) ne sont pas saturées (voir tableau 4.2). Nous considérons la marge de sécurité négative comme acceptable car elle est suffisamment petite.

TAB. 4.2 Marges de sécurités des différentes composantes du caisson de voilure (design final)

Composante	Marge de sécurité
Longeron avant	-0,0053
Longeron arrière	0,243
Peaux de l'extrados	0,407
Peaux de l'intrados	0,380
Lisse de l'extrados en flambement	0,109
Lisse de l'extrados en voilement	0,531
Lisse de l'intrados	0,649

Il semble que ce comportement des marges de sécurité soit relié à la sensibilité des contraintes vis-à-vis des grandeurs des variables structurelles. Comme les marges de sécurité sont très sensibles, une petite déviation dans une des variables structurelles amène une violation importante d'une des contraintes structurelles. Il est donc très difficile pour l'optimiseur d'amener les contraintes structurelles à saturation. Ce dernier phénomène a d'ailleurs nui aux recherches de ligne. Il a été remarqué que plusieurs points obtenus lors de recherches de ligne possédaient une très bonne fonction coût mais qu'ils étaient rejetés (voir figure 4.9) parce que des contraintes structurelles étaient violées. L'optimisation est donc ralentie en comparaison avec la décomposition FIO bi-niveaux car pour cette dernière, la structure est adaptée à chaque recherche de ligne. Le paramètre quantifiant l'infaisabilité maximum d'une solution a pourtant été augmenté pour cette décomposition mais cela s'est avéré insuffisant car les violations des contraintes structurelles se sont montrées trop importantes.

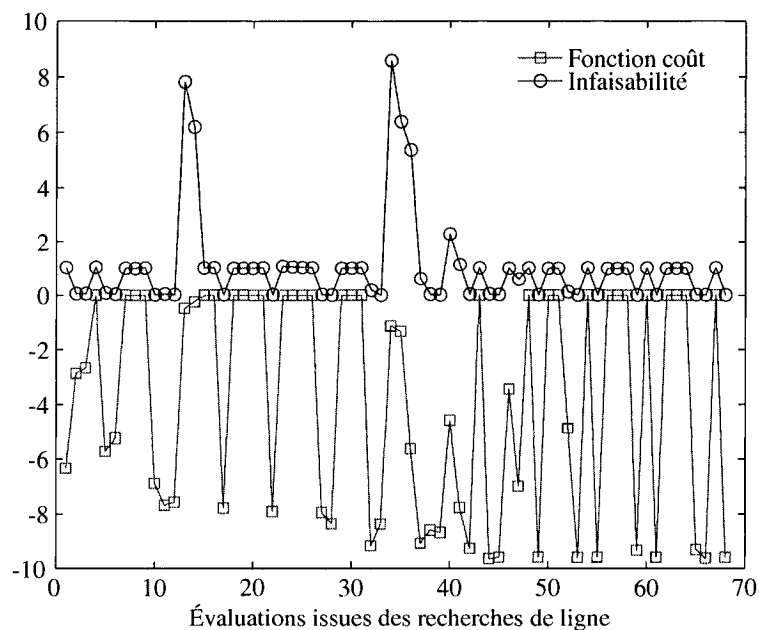


FIG. 4.9 Évolution des fonctions coûts au cours des itérations (semi-découplée)

La figure 4.10 montre l'évolution des fonctions coûts aérodynamique, structurelle et totale au fil des itérations. Contrairement à la décomposition hiérarchique bi-niveaux, l'optimiseur est incapable d'améliorer la fonction en même temps que de réduire les infaisabilités. Par conséquent, la fonction coût augmente jusqu'à une valeur de -2,65 (itération 3, où la solution devient faisable) avant de commencer à diminuer. Comme pour la décomposition FIO bi-niveaux, l'optimisation passe par deux phases. L'optimiseur cherche d'abord à trouver une solution faisable en tâchant d'abaisser la portance sous le seuil de la contrainte de portance maximum. Pour ce faire il diminue l'angle d'attaque et la surface alaire. L'effet de la diminution de la surface alaire diminue l'aérodynamique de l'aile (ce qui augmente la fonction coût aérodynamique) et entraîne aussi une diminution du volume de carburant et donc fait augmenter la fonction coût structurelle. Cette phase s'étend jusqu'à l'itération 7. La fonction coût aérodynamique est améliorée avant d'atteindre la deuxième phase principalement parce que la diminution de l'angle d'attaque fait perdre proportionnellement plus de traînée que de portance.

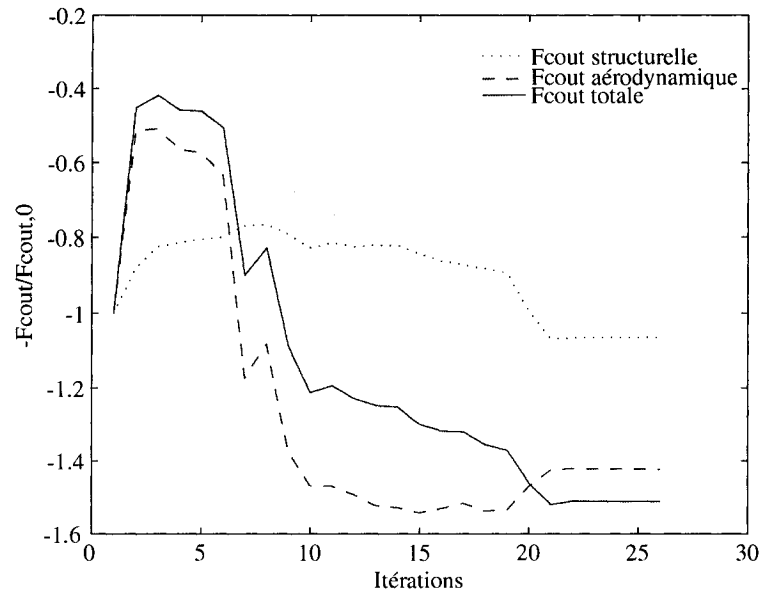


FIG. 4.10 Évolution du design de l'aile (semi-découplée)

La deuxième phase est principalement caractérisée par une diminution progressive de l'angle d'attaque, ce qui permet alors l'augmentation du volume de l'aile. La fonction coût structurelle s'améliore conséquemment et finit par dépasser sa valeur initiale. L'aérodynamique est aussi améliorée car l'allongement de l'aile augmente (ce qui réduit la traînée induite) et l'épaisseur du profil diminue (ce qui réduit les traînées d'onde et de compressibilité). Entre les itérations 18 et 21, il y a une bonne augmentation dans le volume de l'aile, favorisant alors la fonction coût structurelle. La limite sur la quantité maximale de carburant est atteinte à l'itération 21, après quoi la fonction coût structurelle se stabilise. Les variations subséquentes dans la fonction coût structurelle sont somme toutes mineures et sont dues aux ré-arrangements des variables structurelles optimales des différentes géométries de l'aile proposées par l'optimiseur. Le dernier gain dans le volume de l'aile amène aussi une perte dans l'aérodynamique de l'aile. En plus d'avoir un gain dans le volume de l'aile, la structure grossit en conséquence. Ces deux

éléments font en sorte que le poids de l'avion augmente beaucoup et pour compenser, l'angle d'attaque est augmenté par l'optimiseur, ce qui augmente la portance mais aussi de façon plus importante la traînée. Par la suite, la fonction coût se stabilise, ce qui a été la cause de l'arrêt manuel de l'optimisation. Cette stagnation dans la fonction coût semble être issue d'une mauvaise direction de descente.

Contre toutes attentes, l'optimiseur n'a pas cherché à diminuer l'angle de vrillage de façon à ce que le bout d'aile soit moins chargé ni à augmenter l'angle de flèche, ce qui aurait diminué la traînée d'onde.

La forme en plan qui résulte de l'optimisation avec la méthode de décomposition semi-découplée est montrée à la figure 4.11. Comme pour la méthode FIO bi-niveaux, la volonté de l'optimiseur à se diriger vers une "aile-citerne" a fait descendre l'angle d'attaque et augmenter la grosseur de l'aile. Nous nous retrouvons donc avec une envergure, une corde à l'emplanture et un effilement plus grands qu'initialement. Cependant, comme mentionné plus haut, l'angle de flèche a diminué ce qui est contraire au comportement attendu.

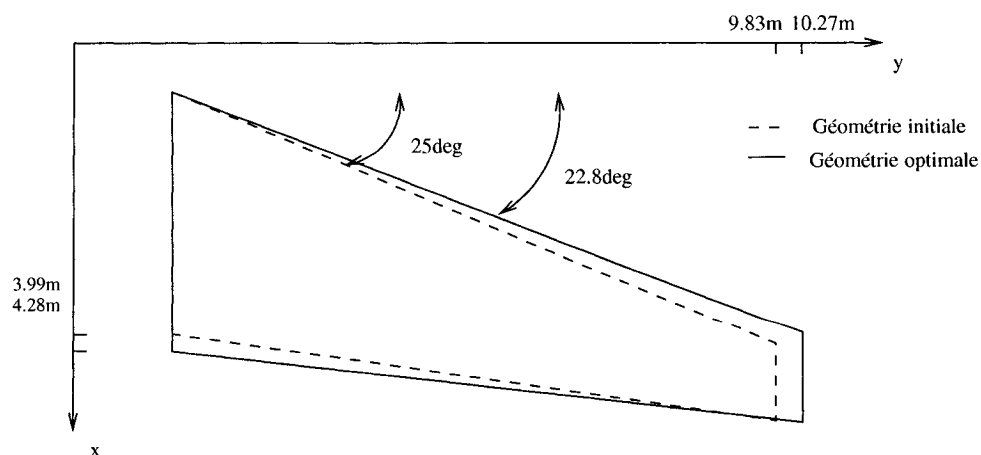


FIG. 4.11 Formes en plan initiale et finale (semi-découplée)

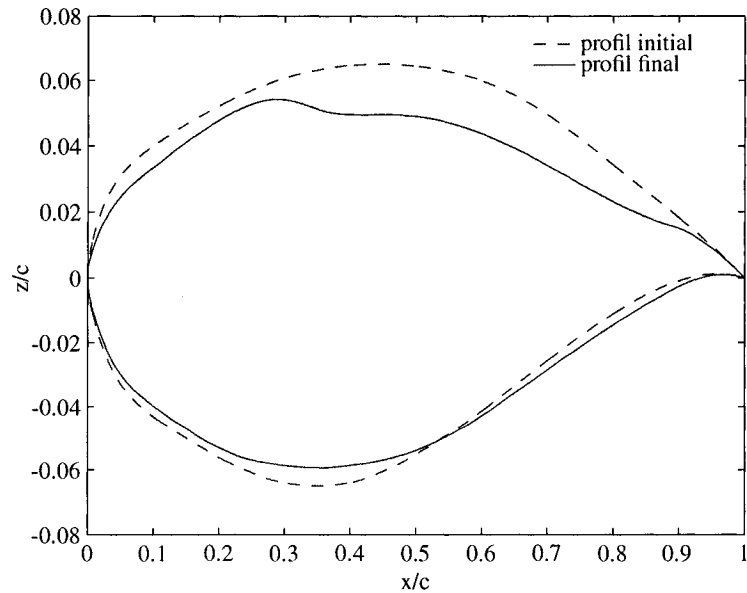


FIG. 4.12 Profils initial et final (semi-découplée)

La figure 4.12 montre la forme du profil qui résulte de l'optimisation avec la méthode de décomposition semi-découplée. Comme pour la décomposition FIO bi-niveaux, l'optimisation ne s'est pas bien passée pour ce qui est des variables définissant la forme du profil. La même excroissance située sur l'extrados, près du longeron avant est présente et provoque un choc qui augmente la traînée. La cause de cette bosse est la même que dans l'autre décomposition : les variables de la forme en plan et du profil sont au même niveau. Essentiellement, comme en témoigne l'épaisseur du profil qui est passée de 12,2% à 10,9% (versus 11,0% pour la décomposition FIO bi-niveaux), la forme du profil a suivi les mêmes tendances que celle obtenue avec la décomposition FIO bi-niveaux. La figure 4.13 montre les contours du nombre de Mach sur l'extrados pour le design final. Comme pour l'optimisation avec la décomposition FIO bi-niveaux, nous remarquons que les régions avec de hauts nombre de Mach sont beaucoup plus petites dans le design final que dans le design initial (voir figure 4.7). Le nombre de Mach maximum est de 1,15 et est lui aussi causé par l'accélération due à l'excroissance du profil.

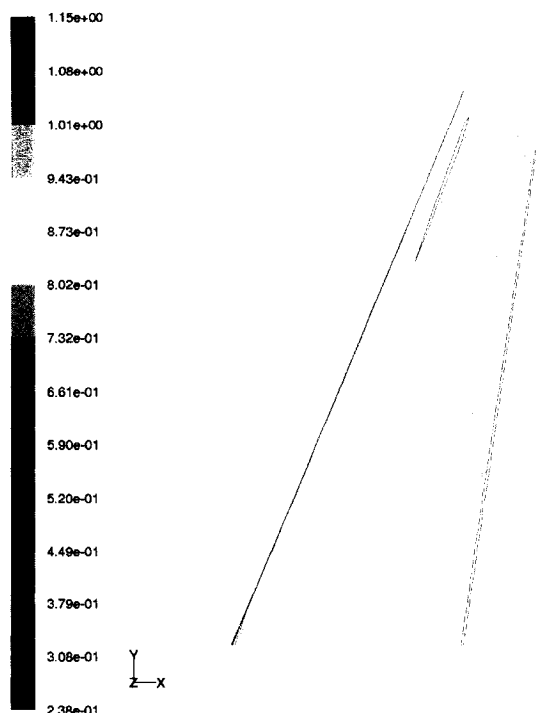


FIG. 4.13 Distribution du nombre de Mach sur l'extrados (Design final, semi-découplée)

Les résultats montrent que les contraintes supplémentaires de compatibilité requises pour résoudre le MDA sont satisfaites très rapidement avec une tolérance inférieure à celle du critère d'arrêt de la méthode du point-fixe. Ainsi, puisque le coût relié à l'ajout de variables auxiliaires est inférieur au coût requis pour faire la résolution du point-fixe, le découplage améliore l'efficacité de l'optimisation. Néanmoins, dans le cas présent, le fait d'avoir mis toutes les variables de design au même niveau nuit grandement à l'obtention d'une bonne direction de descente et par conséquent, à l'optimisation.

Le tableau 4.2 rassemble les caractéristiques permettant de calculer les fonctions coûts du design initial et du design final. Comme pour la décomposition FIO bi-niveaux, l'aile est très rigide mais cette fois-ci ce n'est pas dû seulement au cas de chargement conservateur mais aussi au fait que la structure n'est pas optimale.

	Portance (N)	Portance cible (N)	Traînée (N)	Volume aile ( $m^3$ )	masse aile (kg)	déformation % de $s$
Initiale	153503	97650	4100	4,53	765	3,2
Finale	102040	107056	1902	5,0	913	1,9

TAB. 4.3 Caractéristiques aérodynamiques et structurelles des points initial et final (semi-découplée)

#### 4.1.4 Comparaison des deux méthodes de décomposition

Les deux formulations implémentées ont été incapable de trouver une solution satisfaisant le critère d'optimalité de KKT, même si elles ont pu satisfaire les contraintes et améliorer la fonction coût. De plus, comme il est montré à l'annexe V, les deux méthodes n'ont pas trouvé le même point de design et il est donc difficile de comparer leur efficacité relative. Cependant le comportement de chaque méthode peut être étudié.

Une des différence entre les deux décompositions est que la formulation FIO bi-niveaux a eu de bien meilleures recherches de ligne. Les recherches de ligne de la méthode semi-découplée obtenaient souvent des designs ayant de bonnes fonctions coûts mais pour lesquelles les marges de sécurité structurelles étaient violées de façon non-négligeable. Souvent, il aurait suffi d'augmenter une seule variable structurelle pour obtenir une bonne solution mais l'optimiseur n'était pas en mesure de le faire. Ce problème n'est pas arrivé avec la décomposition FIO bi-niveaux car la structure est adaptée à chaque design. Quoiqu'il en soit, les deux méthodes de décomposition ont quand même eu les mêmes grandes tendances : angle d'attaque bas et augmentation de la surface alaire.

Les résultats montrent que la méthode de décomposition FIO bi-niveaux a nécessité plus de travail par itération (résolution du MDA) que la formulation semi-découplée mais que chaque itération était plus efficace. À titre d'exemple, la décomposition FIO bi-niveaux



a été en mesure d'améliorer la fonction coût en même temps que de réduire les infaisabilités, ce que la formulation semi-découplée n'a pas pu faire. Nous pensons que ces caractéristiques sont dues aux recherches de ligne plus efficaces mais aussi à la précision de la direction de descente. Puisque la méthode FIO bi-niveaux avait vingt-trois variables de moins au niveau maître (seize structurelles et sept auxiliaires) ainsi que quatorze contraintes (sept d'égalité et sept d'inégalité), la solution du problème quadratique (SQP) est plus simple et donc la direction de descente issue de ce problème est plus précise. Bien que les deux méthodes aient souffert d'un manque de précision de la direction de descente (dû au problème d'ordre de grandeur des gradients des variables définissant la forme en plan et celles définissant le profil), la méthode FIO bi-niveaux a semblé être moins affectée.

Par ailleurs, le MDA a été résolu par les deux décompositions, par la méthode du point-fixe pour la méthode FIO bi-niveaux et par les contraintes de compatibilité pour la méthode semi-découplée, contraintes qui ont été satisfaites assez rapidement. Les variables finales de la méthode semi-découplée ont été utilisées pour résoudre le MDA par la méthode du point-fixe et seule une petite différence dans la fonction coût est apparue. Ceci implique donc que l'interpolation des déplacements par les variables auxiliaires est justifiée. Nous aurions aussi pu utiliser une méthode de décomposition complètement découplée, cependant les résultats obtenus avec la formulation semi-découplée laisse croire que la formulation DAO n'aurait pas été meilleure que ceux obtenus avec la formulation semi-découplée. Le choix de ne pas l'implémenter a donc été judicieux.

Le tableau 4.4 montre un résumé de la performance de chaque décomposition. Il ressort que la méthode de décomposition FIO bi-niveaux obtient une bien meilleure solution que la formulation semi-découplée. Si les cinq dernières itérations de la méthode semi-découplée sont enlevés, le nombre d'évaluations FLUENT tombe à 1187, cela pour sen-

siblement la même fonction coût. La décomposition FIO bi-niveaux amène donc 67% d'amélioration contre 52% pour la formulation semi-découplée, mais cette dernière requiert moitié moins d'itérations. Il faut néanmoins garder à l'esprit que la méthode semi-découplée ne fournit pas un bon design (notamment en ce qui concerne la structure) et que d'avoir laissé continuer l'optimisation n'aurait probablement pas amené un meilleur design. Considérant la qualité de la solution (design) et le nombre d'appel à l'analyse aérodynamique, la décomposition FIO bi-niveaux est la meilleure dans notre cas.

TAB. 4.4 Comparaison des méthodes de décomposition

Méthode	Fonction coût	Nbr d'appels à FLUENT
Initiale	-6,29	-
FIO bi-niveaux	-10,51	2484
Semi-découplée	-9,58	1470

## 4.2 Revue des modélisations et des formulations employées

Au cours des optimisations il est apparu que les différentes modélisations et formulations implémentées n'étaient pas sans défaut. Nous utilisons donc cette section pour passer en revue les différents problèmes qui sont survenus. Pour chaque problème, nous mentionnons le correctif qui a été appliqué ou nous faisons une suggestion pour le régler.

### 4.2.1 Choix de la fonction coût

À la lumière des résultats obtenus, nous pouvons faire une critique du choix de la fonction coût. Une telle critique semble pertinente car il apparaît que l'équation de Bréguet induit un design qui ne serait pas viable commercialement. Nous avons remarqué que l'angle d'attaque de la solution finale est particulièrement bas (environ 0,5deg avec la méthode FIO bi-niveaux). Cette caractéristique provient entre autre du fait que les équations

tions de Euler sont employées mais surtout à cause du choix de la fonction coût. En effet, l'angle d'attaque diminue au fil des itérations parce que cela permet d'abaisser le coefficient de portance, l'optimiseur peut ainsi augmenter la surface portante à travers l'envergure, la corde à l'emplanture et l'effilement. La quantité de carburant embarquée augmente alors de façon importante, ce qui compte pour beaucoup dans le calcul de la fonction coût. L'optimiseur cherche donc à maximiser le rayon d'action en augmentant le volume de carburant (donnant un design d'une "aile-citerne") au dépend de l'efficacité aérodynamique. Nous pensions qu'à un certain point l'augmentation de la quantité de carburant aurait nécessité une augmentation encore plus importante du poids de la structure, diminuant par conséquent la fonction coût structurelle. Toutefois, il semble que ce comportement de la fonction coût structurelle soit en dehors de la plage de design étudiée. Les dimensions de l'aile aurait augmenté jusqu'à ce que les bornes de certaines variables soient atteintes si ce n'avait été de l'insertion d'une contrainte sur la quantité maximale de carburant. Cette contrainte spécifiant un volume de carburant maximum de  $5m^3$  a été atteinte par les deux décompositions implémentées. La valeur choisie pour cette contrainte est quelque peu supérieure au volume de carburant d'un avion de dimensions similaires à celui modélisé. Le fait que la contrainte ait été atteinte est donc une preuve que la fonction coût n'est pas adaptée à notre problème. Une fois cette contrainte atteinte, l'optimiseur cesse d'augmenter les dimensions de l'aile et tente de trouver la meilleure configuration aérodynamique et structurelle. D'un point de vue commercial, l'objectif n'est pas de voler le plus loin mais bien de voler à moindre coût. Il faudrait donc remplacer l'objectif de maximiser le rayon d'action par un objectif de maximisation de la performance ( $L/D$ ) complété par une contrainte sur le rayon d'action minimum à atteindre. Quoiqu'il en soit, la fonction coût utilisée pour le problème d'optimisation reste néanmoins valable pour comparer l'efficacité des méthodes de décomposition.

Par ailleurs, les variables définissant les profils ont également été difficiles à optimiser.

Ceci peut être attribuer d'une part à la différence d'ordre de grandeur des gradients des variables de la forme en plan et de celles définissant les profils et au manque de flexibilité de la paramétrisation (voir la section 4.2.3). Nous croyons aussi qu'effectuer l'optimisation du profil sur le coefficient  $L/D$  n'est pas adéquat. L'aspect global de ce coefficient ne permet pas de bien déterminer les effets croisés. Lépine (1999) et Piperni et al. (2004) procèdent à des optimisations 3D de profils et utilisent une pénalisation basée sur la différence entre le  $C_p$  de la solution et des  $C_p$  cibles issues d'une distribution de portance optimale. Cette manière de faire semble faire ressortir de manière plus naturelle les directions de descente et pourrait aider à mieux diriger les modifications géométriques lors de l'optimisation.

#### 4.2.2 Modélisation structurelle

Plusieurs problèmes ont été décelés dans le module structurel. Le plus important étant sûrement l'obtention de valeurs pour les dimensions de composantes structurelles qui sont non-représentatives de celle données dans la littérature pour un avion de même dimension. Nous remarquons à l'annexe V que certaines variables structurelles sont beaucoup plus importante qu'elle ne devrait l'être, par exemple l'épaisseur du longerons avant atteint  $7mm$  alors qu'elle devrait au plus être de  $3mm$ . Ce surdimensionnement provient principalement du fait que le cas de chargement trop est conservateur. En réalité, la couche limite qui se crée sur l'aile décollera avant d'atteindre les  $2,5g$ , les forces en jeu seront donc moins importantes que celles utilisées dans l'analyse. Nous pouvons voir l'effet de ce surdimensionnement sur la rigidité de l'aile. Le pourcentage de déformation au saumon par rapport à l'envergure est de  $2,3\%$  pour la méthode FIO bi-niveaux et de  $1,9\%$  pour la méthode semi-découplé alors qu'il devrait se trouver au alentour de  $4\%$ . Comme nous utilisons les équations de Euler et que nous ne pouvons pas prédire les interactions de la couche limite, il serait avisé de diminuer le facteur multiplicatif du cas de chargement à une valeur qui serait plus réaliste que  $2,5$ . De plus, notre calcul

des forces du cas de chargement s'effectue sur une aile rigide alors qu'il devrait se faire sur une aile aéroélastique, qui par définition induit moins de portance et qui subit par conséquent moins d'efforts structuraux.

Par ailleurs, on remarque que certaines variables structurelles atteignent une de leur borne. Ceci est essentiellement dû à la modélisation utilisée dans le calcul des marges de sécurité. Par exemple, l'aire des semelles des lisses de l'extrados à l'emplanture et au saumon (variables STREAR et STREAT) et l'aire du segment central des lisses (via les variables ESTRWTR et ESTRWTT qui caractérisent l'épaisseur du segment central des lisses) sont regroupées (ensemble) pour calculer la marge de sécurité. Cependant, dans le calcul de résistance structurelle, les relations accordent plus de résistance aux segments "no edge free" qu'aux segments "one edge free". Nous avons donc des lisses à l'extrados qui ont un segment central très épais (la hauteur des lisses est fixe) et de très petites semelles. À l'inverse, les variables représentant l'épaisseur des lisses de l'intrados à l'emplanture et au saumon (ISTRWTR et ISTRWTT) sont défavorisées par rapport aux variables représentant l'aire des semelles des lisses (STRIAR et STRIAT) car les semelles reprennent de façon non négligeable les efforts de tension pris par les peaux de l'intrados. Ces anomalies peuvent arriver car nous n'avons aucune contrainte qui régit les dimensions relatives des différentes composantes d'un même élément structurel. Pour le reste, ce sont les variables au saumon qui atteignent leur borne inférieure. On peut poser comme hypothèse que puisque les forces au saumon sont très petites, les considérations qui dimensionnent les éléments structuraux en bout d'aile sont possiblement d'ordre manufacturières ou encore qu'elles sont tout simplement basées sur des limites structurales non considérées dans notre étude.

D'autre part, durant l'optimisation, il est arrivé sous certaines conditions que le module structurel soit incapable de bien mailler le caisson de voilure, empêchant alors l'optimi-

sation de se poursuivre. Ce problème trouve son origine dans les différents cas de lisses dites "run-out". Il se trouve que deux nœuds d'un éléments CQUAD peuvent se retrouver superposés lorsque plus d'une lisse se retrouvent "run-out" dans le caisson de voilure qui se trouve en bout d'aile. Advenant une utilisation régulière du module structurel, il serait souhaitable de mettre des efforts pour ajouter le cas de lisses "run-out" manquant. Dans une approche plus globale, il serait peut-être préférable de tout simplement reprendre la méthode de maillage du caisson afin de la baser sur la paramétrisation utilisée pour la peau de l'aile. Il a été tenté de palier à ce problème en diminuant le nombre de lisses, ce qui n'a pas été suffisant. Si le cas pathologique se produit lors d'une recherche de ligne, une valeur de 0 est tout simplement affectée à la fonction coût et s'il se produit lors d'un gradient, la dérivée partielle est mise à 0 pour la variables considérée. Cette procédure a eu pour effet de réduire quelque peu l'efficacité de l'optimiseur mais a permis de poursuivre sans encombre l'optimisation.

#### 4.2.3 Choix de la paramétrisation

Les optimisations ont été mises à l'épreuve par le manque de robustesse de la paramétrisation, notamment en ce qui concerne les variables définissant le profil. Il est arrivé que certains points clés perdent leur sens géométrique. Par exemple si la pente à l'extrados du longeron avant est trop grande (ou la région sur laquelle elle agit, via son amplitude), plusieurs points sur l'extrados du profil possèdent une coordonnée en  $z$  plus grande que le point clé représentant le point ayant la plus grande coordonnée en  $z$  (PMAXZ). Nous avons essayé de régler ce problème en réduisant le nombre de variables ou de paramètres définissant les profils comme les pentes et les amplitudes aux points clés de la couche structurelle. Cependant, procéder ainsi rend la paramétrisation instable et fait en sorte que la courbe représentant le profil n'est plus assez contrainte. Les courbes de l'intrados et de l'extrados se transforment alors en courbes qui oscillent. Nous avons aussi tenté de diminuer manuellement l'amplitude du point clé du longerons de l'extrados et la bosse

a progressivement disparue. Cependant, cette procédure ne représente pas une solution durable puisque cela ne règle pas le problème pour toutes les configurations que l'optimiseur peut trouver (l'amplitude initiale était après tout parfaite pour le profil initial).

D'autre part, il apparaît que les profils finaux ne sont pas très lisses (voir les figures 4.6 et 4.12). Nous dénotons des changements de signe de la courbure sur l'extrados (surtout vers le bord de fuite) qui sont indésirables. Ces variations sont induites par certaines variables qui définissent localement la forme du profil. Les optimisations réalisées dans cette étude ont été incapables de corriger ces variables de manière à ce que le profil devienne lisse. Le phénomène pourrait peut-être disparaître si l'optimisation était effectuée strictement sur les variables définissant le profil.

#### **4.2.4 Choix des formulations**

Il a été montré dans ce chapitre que les formulations utilisant la décomposition hiérarchique du problème structurel et le découplage amenaient chacun leurs avantages. Or, ces formulations n'étaient pas sans faiblesse. Il est donc tout naturel de chercher à les améliorer. La première idée qui nous vient à l'esprit est de combiner les deux méthodes de décomposition testées pour faire par exemple, une formulation semi-découplée bi-niveaux. Une telle décomposition amènerait certainement un gain dans la performance de l'optimisation puisque il n'y aurait pas de résolution par point-fixe du MDA et les marges structurelles seraient toujours respectées. Cette décomposition pourrait obtenir, on l'espère, une aussi bonne fonction coût que la décomposition FIO bi-niveaux en plus de l'obtenir en moins d'évaluations aérodynamiques. Toutefois, elle rencontrerait à coup sûr les mêmes problèmes que les deux décompositions testées en ce qui concerne l'optimisation des variables qui définissent le profil. Pour régler cette lacune, nous croyons

qu'il faut aller plus loin dans la décomposition hiérarchique.

Comme il a été mentionné auparavant, la source du problème dans les optimisations testées est la présence au même niveau d'optimisation des variables qui définissent la forme en plan et celles de la forme du profil. Ainsi, la solution au problème serait de séparer ces variables à différents niveaux d'optimisation de manière à ce que chaque sous-groupe ait le même ordre de grandeur de gradients. Il faudrait alors redéfinir les catégories de variables  $X_{geo}$  et  $X_{aero}$  en variables  $X_{forme\_plan}$  et  $X_{profil}$  et conserver la catégorie  $X_{struct}$  intacte. L'idée serait donc de faire des sous-optimisations aérodynamiques sur les variables définissant la forme du profil. Quelques décompositions s'offrent alors pour respecter ces critères notamment la décomposition DO avec les variables  $X_{forme\_plan}$  au niveau maître et les variables  $X_{profil}$  et  $X_{struct}$  à des sous-niveaux. Une autre approche serait de faire l'optimisation à tour de rôle des variables  $X_{forme\_plan}$  et  $X_{profil}$ , chacune avec un sous-problème structurel. Cependant, comme mentionné au chapitre 1, des décompositions qui incluraient des sous-optimisations aérodynamiques demanderaient un nombre important d'évaluations aérodynamiques. Vu la lourdeur du logiciel FLUENT, il apparaît dès lors inconcevable de procéder à de telles optimisations. Ces décompositions pourraient par contre être viable si les analyses CFD étaient plus légères. À titre d'exemple, un calcul aérodynamique chez Bombardier avec un algorithme à petites perturbations ("transonic small disturbance" ou TSD) prend moins de 3 minutes (en comparaison à une heure dans notre étude).



## CONCLUSION

L'objectif principal de ce projet était d'explorer différentes méthodes de décomposition appliquées au problème du design d'une aile aéro-élastique en régime transsonique. Le problème d'optimisation a été basé sur une analyse multidisciplinaire qui contient deux disciplines couplées : la structure et l'aérodynamique. Un modèle éléments finis sert à prédire les déformations structurelles de l'aile pour un chargement de forces issues du régime de croisière et obtenues par analyse CFD. L'intégration d'une paramétrisation définissant la forme externe en 3D de l'aile a permis la construction de chaque modèle disciplinaire. Afin de définir le problème d'optimisation, les paramètres de la paramétrisation qui ont été jugés les plus importants ont été pris comme variables. Ces variables ont été classifiées selon leur influence sur les disciplines. L'objectif de l'optimisation est d'obtenir une configuration externe de l'aile et une structure qui maximise le rayon d'action (équation de Bréguet) sous une contrainte de portance et sujette à des contraintes structurelles pour le cas de chargement d'une rafale ascendante à 2,5g. Il a été démontré que le choix de cette fonction coût avait tendance à favoriser la quantité de carburant embarquée au dépend de la performance aérodynamique. Les optimisations ont donc trouvé des design qui n'étaient pas commercialement viables, sans pour autant empêcher d'établir les efficacités des différentes décompositions.

Après avoir fait une revue des méthodes de décomposition qui semblaient les plus prometteuses pour le problème à l'étude, une courte analyse pour effectuer une prédiction rapide du temps requis pour effectuer une itération a été présentée. Cette analyse est basée sur le fait que les analyses aérodynamiques sont prépondérantes dans la compilation du temps de calcul. Ainsi, la performance d'une méthode de décomposition est basée uniquement sur le nombre d'appels au résolveur FLUENT. Basé sur ces performances, seules deux méthodes de décomposition ont été implémentées et testées. Les optimisa-

tions ont été réalisées à l'aide d'un optimiseur à gradient.

La première méthode est une décomposition hiérarchique à deux niveaux (FIO à bi-niveaux) qui effectue l'optimisation d'un sous-problème structurel pour chaque configuration externe d'aile. Cette décomposition est caractérisée par des recherches de ligne très efficaces car la structure y est adaptée pour chaque configuration externe de l'aile. La deuxième formulation est une décomposition semi-découplée à un niveau qui découple le MDA en disciplines indépendantes en ajoutant des variables auxiliaires et des contraintes de compatibilité. Les résultats ont montré que les contraintes de compatibilité additionnelles requises pour résoudre le MDA étaient satisfaites rapidement à une tolérance inférieure à celle du critère d'arrêt de la méthode du point-fixe. De plus, le coût relié à l'addition de variables auxiliaires est moindre que le coût relié à la résolution par point-fixe du MDA.

Aucune des optimisations n'a atteint un point de KKT. La première a échoué lors d'une recherche de ligne et la deuxième a été arrêtée manuellement pour cause de stagnation dans la fonction coût. La décomposition FIO à bi-niveaux a obtenu une meilleure fonction coût que formulation semi-découplée (10% de mieux) mais a requis presque le double d'évaluations FLUENT pour y parvenir. Cependant, bien que la méthode semi-découplée aie réussi à améliorer la fonction coût, le design résultant de l'optimisation laisse à désirer, surtout du point de vue structurel.

Les deux décompositions testées ont eu des problèmes à optimiser sur les variables définissant le profil. Ce problème provient du fait que les variables définissant la forme en plan et la forme du profil sont optimisées au même niveau. Il est apparu que les gradients de chaque catégorie de variables étaient d'ordre de grandeur différent. Ainsi les

variations des variables ayant les plus petits gradients ont donc été noyées par celles des variables ayant les plus grands. La solution à ce problème serait de séparer à différents niveaux ces deux groupes de variables. Cependant, toutes les optimisations comportant des sous-problèmes aérodynamiques sont inconcevables d'un point de vue des ressources informatiques à cause de la lourdeur du résolveur aérodynamique utilisé dans l'étude.

Les modules implémentées dans ce travail ainsi que certaines définitions du problème ne sont pas sans défauts. Quelques améliorations restent donc à faire dans d'éventuels travaux futurs :

- Optimiser sur la performance de l'aile  $L/D$  en ayant comme contrainte un rayon d'action minimal. Nous avons vu que l'utilisation de l'équation de Bréguet comme fonction coût amenait des designs commercialement non-viables.
- Incorporer le module d'optimisation structurel fait à l'université Concordia dans le cadre du projet MOSAIC. Ce module est certainement plus précis et robuste que l'analyse structurelle utilisée en ce moment. De plus, ce module prend déjà en entrée la paramétrisation utilisée dans cette étude. Aussi, ce module serait idéal pour effectuer des sous-optimisations structurelles puisqu'il procède à l'optimisation de toutes les variables structurelles en ouvrant NASTRAN qu'une seule fois.
- Changer le résolveur aérodynamique. Le logiciel FLUENT a été choisi car il était le seul résolveur 3D disponible. Or sa lourdeur rend le temps requis pour les analyses aérodynamiques beaucoup trop long dans un contexte de design conceptuel. Les deux méthodes de décomposition testées ont nécessité chacune plus d'un mois (nombreuses pannes de serveur comprises). Un calcul rapide considérant qu'une évaluation aérodynamique prendrait 3 minutes (code TSD), une décomposition FIO à bi-niveaux et une distribution des calculs sur 5 ordinateurs nous amène à prédire qu'il serait possible de réduire le temps d'optimisation à une journée. De plus, considérant que le

point initial dans un bureau d'étude aéronautique est sans aucun doute plus proche du point final que celui utilisé dans notre analyse, le temps requis pour une optimisation peut très certainement passer à moins d'une journée. De telles optimisations sont donc envisageables au niveau du design conceptuel.

- Implémenter et tester des méthodes de décomposition qui n'optimisent pas au même niveau les variables de la forme en plan et de la forme du profil, dès qu'un résolveur CFD plus léger devient disponible.

## BIBLIOGRAPHIE

- Abdo, M., Kafyeke, F., Pépin, F., Borowiec, Z., & Marleau, A. (2001). Transonic aerodynamics of flexible wings. *8th colloque sur l'aérodynamique, Institut Aéronautique et Spatial du Canada*, (pp. 47–53).
- Abdo, M., L'Heureux, R., Pépin, F., & Kafyeke, F. (2003a). Equivalent finite element wing structural models used for aerodynamics-structures interaction. *Canadian Aeronautics and Space Institute 50th AGM and Conference 16th Aerospace Structures and Materials Symposium*.
- Abdo, M., Piperni, P., Isikveren, A., & Kafyeke, F. (2005). Optimization of a business jet. *Canadian Aeronautics and Space Institute 52nd AGM and Conference Aircraft Design & Development Symposium*. Montréal, QC.
- Abdo, M., Piperni, S., & Kafyeke, F. (2003b). Conceptual design of stringer stiffened compression panels. *Canadian Aeronautics and Space Institute 50th AGM and Conference*. Montréal, QC.
- Alexandrov, N. M. & Lewis, R. M. (1999). Comparative properties of collaborative optimization and other approaches to MDO. Rapport technique 99–24, ICASE — NASA Langley Research Center.
- Alexandrov, N. M. & Lewis, R. M. (2000). Algorithmic perspective on problem formulations in MDO. *8th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA*, AIAA-2000–4719, (pp. 1–10). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Allison, D. & Cavallo, P. (2003). Static aeroelastic prediction for a transonic transport model using an unstructured-grid flow solver coupled with a structural technique. Rapport technique TP-2003-212156, NASA.

- Bazergui, A., Bui-Quoc, T., Biron, A., McIntyre, G., & Laberge, C. (1993). *Résistance des matériaux*. Édition de l'École Polytechnique de Montréal.
- Becamel, W. (2002). Stage en laboratoire (SL206) : Maillage automatique d'une aile d'avion sous nastran.
- Bettinger, J. (2004). Optimisation multidisciplinaire d'une voilure transsonique simplifiée. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- Clinton, E., Seidel, D., & Sandford, M. (1994). Measurement of steady pressure for an elastic supercritical wing. Rapport technique 3443, NASA.
- Collar, A. R. (1978). The first fifty years of aeroelasticity. *Aerospace*, tome 5, (pp. 12–20).
- Cramer, E. J., Dennis, J. E., Jr., Frank, P. D., Lewis, R. M., & Shubin, G. R. (1993). Problem formulation for multidisciplinary optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 4(4), 754–776.
- De Miguel, A.-V. (2001). Two decomposition algorithms for nonconvex optimization problems with global variables. Thèse de doctorat, Stanford University.
- De Miguel, A.-V. & Murray, W. (2000). An analysis of collaborative optimization methods. *8th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Long Beach, CA*, AIAA-2000–4720, (pp. 1–13). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Dubé, J.-F., Tribes, C., & Trépanier, J.-Y. (2003). Multidisciplinary design of optimization of a simplified wing model. *Proceedings of the 49th Annual CASI Conference, Montréal, Québec*. Canadian Aeronautics and Space Institute.
- Fortin, A. (2001). *Analyse numérique pour ingénieurs*. École Polytechnique de Montréal.

- Frégeau, M. (2002). Processus d'interaction multidisciplinaire - modélisation d'une aile d'avion.
- Grenier, Y. (2003). *Notes de cours AE4340 :Analyse de performance d'avion, Cruise and endurance*. École Polytechnique de Montréal et Bombardier Aéronautique.
- Guruswamy, G. P. (1990a). Unsteady aerodynamic and aeroelastic calculations of wings using euler equations. *AIAA Journal*, 28(3), 461–469.
- Guruswamy, G. P. (1990b). Vortical flow computations on swept flexible wings using navier-stokes equations. *AIAA Journal*, 28(12), 2077–2084.
- Isikveren, A. T. (2003). Quasi-analytical modelling and optimisation techniques for transport aircraft design. Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- Jackson, P., Munson, K., & Peacock, L. (2004). *Jane's all the world's aircraft*. Jane.
- Kroo, I., Altus, S., Braun, R., Gage, P., & Sobieski, I. (1994). Multidisciplinary optimization methods for aircraft preliminary design. *5th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Panama City Beach, FL*, AIAA-94-4325, (pp. 697–707). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Leoviriyaki, K. & Jameson, A. (2004). Case studies in aero-structural wing planform optimization and sections optimization. *22nd Applied Aerodynamics Conference and Exhibit*. Providence, RI.
- Lépine, J. (1999). Optimisation de la représentation de profils d'ailes pour application au design aérodynamique. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- L'Heureux, R. (2000). *Notes de cours AE4150 : analyse des contraintes en aéronautique I*. École Polytechnique de Montréal and Bombardier Aéronautique.

- L'Heureux, R., Beaudry, P., & Kherrat, A. (2000). *Notes de cours AE4160 : analyse des contraintes en aéronautique II*. École Polytechnique de Montréal and Bombardier Aéronautique.
- Marier, S. (2005). Modélisation géométrique d'ailes d'avion. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- Marineau, E. (2002). Génération automatique d'un modèle éléments finis structural d'une aile d'avion.
- NEOS (2006). *Optimization technology center - NEOS guide optimization tree*. Tiré de <http://www.fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/OptWeb>.
- Niu, M. (1999). *Airframe Stress Analysis And Sizing, second edition*. Hong Kong Conmi-lit Press LTD.
- Orban, D. (2005). *Notes de cours MTH6408 : Méthodes numériques d'optimisation et de contrôle*.
- Perez, R. E., Chung, R., & Behdinan, K. (2000). Aircraft conceptual design using genetic algorithms. *Proceedings 8th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on multidisciplinary analysis and optimization*.
- Piperni, P., Abdo, M., & Kafyeke, F. (2004). The application of multi-disciplinary optimization technologies to the design of a business jet. *10th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Albany, NY, AIAA-2004-4370*, (pp. 1-24). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Raymer, D. P. (1999). *Aircraft design: a conceptual approach*. American institute of aeronautics and astronautics.
- Reymond, M., Lampert, L., Webb, W., Oka, J., Suva, J., & Plummer, J. (2001). *MSC.NASTRAN quick reference guide*. MSC Software.



- Robert, A. (2004). Analyse d'une structure d'aile d'avion pour fins d'optimisation multidisciplinaire, rapport de stage, École Polytechnique de Montréal et Université de Technologie de Compiègne.
- Root, R. (2003). Fuel conservation: Operational procedures for environmental performance, Tiré de <http://www.icao.int/icao/en/env/workshop/documentation.html>.
- Schittkowski, K. (1985). NLQPL: A FORTRAN-subroutine solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of operations research*, tome 5, (pp. 1485–500).
- Sobieski, I. & Kroo, I. (1996). Aircraft design using Collaborative Optimization. *AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 96–0715.
- Spellucci, P. (1999). *DONLP2 Users Guide*. Tiré de <ftp://plato.la.asu.edu/pub/donlp2/>.
- Tribes, C., Dubé, J.-F., & Trépanier, J.-Y. (2004). Decomposition of multidisciplinary optimization problem: Formulations and application to a simplified wing design. *10th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, Albany, NY, AIAA-2004-4544, (pp. 1–21). American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Vanderplaats, G. N. (1999). *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Vanderplaats Research & Development, Inc.
- Voracek, D., Pendleton, E., Reichenbach, E., Griffin, K., & Welch, L. (2003). The active aeroelastic wing phase I flight research through january 2003. NASA.

## ANNEXE I

### FICHIER DES VARIABLES DE DESIGN

Le fichier d'entrée variableDesign.dat contient respectivement le nom de la variables, sa valeur, son pas de différentiation, ses bornes inférieure et supérieure et sa catégorie.

```
Span 0.983000000000E+01 0.499999988824E-01 0.500000000000E+01 0.150000000000E+02 geo
Taper 0.318200000000E+00 0.399999991059E-02 0.250000000000E+00 0.100000000000E+01 geo
CRoot 0.399000000000E+01 0.299999993294E-01 0.200000000000E+01 0.800000000000E+01 geo
Twist 0.800000000000E+00 0.499999988824E-01 -.500000000000E+01 0.500000000000E+01 geo
Sweep 0.250000000000E+02 0.174999996088E+00 0.000000000000E+00 0.350000000000E+02 geo
AOA 0.120000000000E+01 0.349999992177E-01 0.000000000000E+00 0.700000000000E+01 geo
POLAVEZ 0.400000000000E-01 0.349999992177E-02 0.200000000000E-01 0.100000000000E+00 geo
PELAVEZ 0.850000000000E+01 0.850000000000E-01 0.450000000000E+01 0.120000000000E+02 geo
POLAVIZ -.430000000000E-01 0.349999992177E-02 -.800000000000E-01 -.200000000000E-01 geo
PELAVIZ -.850000000000E+01 0.850000000000E-01 -.120000000000E+02 -.400000000000E+01 geo
POLAREZ 0.520000000000E-01 0.349999992177E-02 0.200000000000E-01 0.100000000000E+00 geo
PELAREZ -.700000000000E+01 -.700000000000E-01 -.120000000000E+02 -.400000000000E+01 geo
POLARIZ -.288000000000E-01 0.349999992177E-02 -.800000000000E-01 -.200000000000E-01 geo
PELARIZ 0.900000000000E+01 0.900000000000E-01 0.450000000000E+01 0.120000000000E+02 geo
PMAXX 0.443750000000E+00 0.349999992177E-02 0.350000000000E+00 0.500000000000E+00 geo
PMAXZ 0.650000000000E-01 0.349999992177E-02 0.400000000000E-01 0.120000000000E+00 geo
PMINX 0.350000000000E+00 0.349999992177E-02 0.200000000000E+00 0.450000000000E+00 geo
PMINZ -.650000000000E-01 0.349999992177E-02 -.800000000000E-01 -.400000000000E-01 geo
LERC 0.120000000000E+03 0.750000011176E+01 0.300000000000E+02 0.290000000000E+03 aero
LEARC 0.110000000000E+01 0.110000000000E-01 0.900000000000E+00 0.115000000000E+01 aero
PBDFI -.330000000000E+01 0.200000000000E-04 -.700000000000E+01 0.700000000000E+01 aero
PBDFE -.120000000000E+02 0.200000000000E-04 -.210000000000E+02 -.700000000000E+01 aero
FSWTR 0.627897154500E-02 0.200000000000E-04 0.200000000000E-02 0.100000000000E-01 struct
FSWTT 0.177800000000E-02 0.205550000000E-04 0.177800000000E-02 0.100000000000E-01 struct
RSWTR 0.702306652400E-02 0.200000000000E-04 0.200000000000E-02 0.100000000000E-01 struct
RSWTT 0.177800000000E-02 0.205550000000E-04 0.177800000000E-02 0.100000000000E-01 struct
ESTRWTR 0.515100008500E-02 0.200000000000E-04 0.200000000000E-02 0.100000000000E-01 struct
ESTRWTT 0.177800000000E-02 0.805500000000E-05 0.177800000000E-02 0.500000000000E-02 struct
ISTRWTR 0.200000000000E-02 0.200000000000E-04 0.200000000000E-02 0.100000000000E-01 struct
```

```

ISTRWTT 0.177800000000E-02 0.805500000000E-05 0.177800000000E-02 0.500000000000E-02 struct
STREAR 0.500000000000E-04 0.237500000000E-05 0.500000000000E-04 0.100000000000E-02 struct
STREAT 0.400000000000E-04 0.115000000000E-05 0.400000000000E-04 0.500000000000E-03 struct
STRIAR 0.294070053000E-03 0.237500000000E-05 0.500000000000E-04 0.100000000000E-02 struct
STRIAT 0.400000000000E-04 0.115000000000E-05 0.400000000000E-04 0.500000000000E-03 struct
ESKTR 0.646257119300E-02 0.205550000000E-04 0.177800000000E-02 0.100000000000E-01 struct
ESKTT 0.177800000000E-02 0.205550000000E-04 0.177800000000E-02 0.100000000000E-01 struct
ISKTR 0.414131927400E-02 0.805500000000E-05 0.177800000000E-02 0.500000000000E-02 struct
ISKTT 0.177800000000E-02 0.805500000000E-05 0.177800000000E-02 0.500000000000E-02 struct
TDEL07 0.139570000000E+00 0.805500000000E-05 0.100000000000E-02 0.500000000000E+00 auxdef
TDEL14 0.318800000000E+00 0.805500000000E-05 0.500000000000E-02 0.100000000000E+01 auxdef
TPHI01 -.576000000000E-03 0.805500000000E-05 -.500000000000E-01 0.100000000000E-01 auxdef
TPHI04 -.427200000000E-02 0.805500000000E-05 -.500000000000E-01 0.100000000000E-01 auxdef
TPHI09 -.108000000000E-01 0.805500000000E-05 -.500000000000E-01 0.100000000000E-01 auxdef
TPHI12 -.131680000000E-01 0.805500000000E-05 -.500000000000E-01 0.100000000000E-01 auxdef
TPHI14 -.134100000000E-01 0.805500000000E-05 -.500000000000E-01 0.100000000000E-01 auxdef

```

## ANNEXE II

### MODES DE DÉFAILLANCE DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX

Cette partie est tirée telle quelle de la thèse de Bettinger. La seule modification concerne le calcul de la résistance au flambement local ( $F_{cc}$ ) des lisses supérieures.

#### II.1 Calcul des marges de sécurité

Les marges de sécurité permettent de définir si une structure donnée va ou non résister au chargement qui lui est imposé. Dans une optique d'optimisation, les marges de sécurité définissent l'ensemble des solutions réalisables. Le calcul des marges de sécurité est une tâche ardue qui nécessite de très bonnes connaissances dans le domaine structurel. Par conséquent cette responsabilité a été confiée à un étudiant spécialisé dans cette discipline. La méthode développée est donc présentée dans cette annexe afin que celle-ci soit facilement accessible au lecteur.

Les marges de sécurité sont définies au sein de la structure et sont conçues pour anticiper les défaillances de toute ou certaines parties de la voilure. Ces défaillances peuvent concerner un élément tout entier, par exemple une lisse complète se voile (Figure II.1), on parle alors de défaillance globale où une faible portion d'un composant, par exemple une cloque sur une semelle de lisse (Figure II.2), et on parle alors de défaillance locale. Afin de bien comprendre la démarche présentée, il est utile de préciser les différents types des charges internes générées par les efforts externes. Après ces quelques précisions, il est possible de s'intéresser au calcul des marges de sécurité.

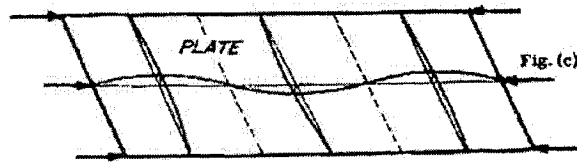


FIG. II.1 Flambement global d'une lisse

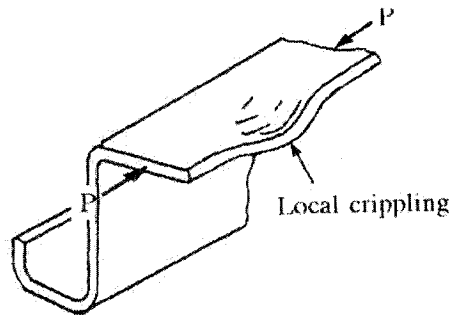


FIG. II.2 Flambement local d'une lisse

## II.2 Charges internes

Les charges internes nécessaires à l'étude sont calculées par MSC/NASTRAN et consignées dans le fichier de résultats nastran.f06. La terminologie MSC/NASTRAN fait référence à deux catégories d'efforts internes : Grid Point Force et Element Force.

### II.2.1 Définition des efforts de type Grid Point Force

Les Grid Point Force (GPF) sont définis pour des éléments unidimensionnels et représentent les charges axiales totales en kilogrammes passant entre 2 nœuds du maillage structural. Ces charges permettent de tenir compte de l'interaction entre les différents composants de la structure. Ainsi, la charge axiale d'une barre est la somme des contraintes axiales et des flux de cisaillement générés dans les panneaux qui l'entourent. On obtient donc (.cf Figure II.3) :

$$GPF_{1 \rightarrow 2} = F_1 + (q_b - q_a)/L$$

$$GPF_{2 \rightarrow 1} = F_2 + (q_a - q_b)/L$$

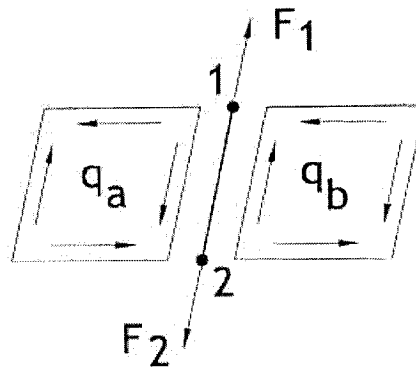


FIG. II.3 Définition des charges axiales entre deux nœuds typiques

Les GPF sont utilisés dans le calcul des marges de sécurité des éléments unidimensionnels. Les composants réels de l'aile sont modélisés grâce à plusieurs éléments qui constituent un ensemble. Lorsqu'on s'intéresse au comportement local de la structure, il est naturel de considérer la charge axiale maximale de cet ensemble. Au contraire, lorsque le comportement global est étudié, il convient de prendre la moyenne des charges axiales de l'ensemble.

### II.2.2 Définition des efforts de type Element Force

Les efforts de type Element Force sont en réalité les flux de cisaillement. Ces informations sont utilisées pour le dimensionnement des panneaux constituant l'âme des longerons et le revêtement de la voilure. Les Element Force calculés par MSC/NASTRAN correspondent à la moyenne des flux de cisaillement en kilogrammes par mètre le long des quatre cotés de chaque élément.

Pour cette étude, le dimensionnement est effectué à partir de la moyenne des flux de

cisaillement de l'ensemble des éléments constituant chaque panneau. Ainsi, l'Ã¢me du longeron d'un caisson de voilure donné est dimensionné en utilisant la moyenne des flux de cisaillement des seize éléments qui le composent. De même, chaque panneau de peau est dimensionné en utilisant la moyenne des flux de cisaillement des quatre éléments qui le composent.

### II.3 Calcul des marges de sécurité

Après ces quelques précisions, il est désormais possible de déterminer les marges de sécurité. Celles-ci sont calculées pour l'ensemble des parties incluant les longerons, les lisses ainsi que la peau. Le dimensionnement des nervures n'est pas abordé ici. Ce choix se justifie grâce aux hypothèses utilisées lors du calcul aérodynamique. En effet, il a été supposé que les nervures sont des solides indéformables. Par conséquent, elles sont surdimensionnées et exclues de l'optimisation. Cela supprime tout besoin concernant le calcul des marges de sécurité pour les nervures.

De façon générale le calcul des marges s'effectue de la manière suivante :

$$MS = \frac{\text{Contrainte Appliquable}}{\text{Contrainte Appliquée}} - 1$$

Dans certains cas, la contrainte appliquée est multipliée par le coefficient 1,5. Cette valeur établie expérimentalement permet de dimensionner la pièce en contrainte ultime, la contrainte ultime étant la plus grande contrainte que l'élément puisse supporter avant sa rupture.

$$\text{Contrainte Ultime Appliquable} > 1.5 * \text{Contrainte Appliquée}$$

La méthode développée se place dans l'optique d'un dimensionnement préliminaire. Par conséquent, certains comportements physiques n'y sont pas modélisés. Néanmoins,

l'ensemble des approximations effectuées sont conservatrices. La structure obtenue est alors nécessairement surdimensionnée et sa solidité n'est pas remise en cause.

### II.3.1 Dimensionnement des lisses (stringers)

Du fait de la flexion, la partie supérieure de la voilure travaille en compression alors que la partie inférieure travaille en tension. Par conséquent, les lisses inférieures et supérieures doivent être traitées séparément

#### II.3.1.1 Raidisseurs supérieurs

Les lisses supérieures travaillent en compression ce qui induit des instabilités globales et locales au sein de la structure. Le premier phénomène à se manifester est le flambement local qui implique l'utilisation de la charge axiale maximale sur chaque lisse.

La contrainte ultime maximale en compression est de la forme :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end\_max} + P_{dt}}{A_{str\_pd}}$$

où  $P_{end\_max}$  est la charge axiale maximale sur la lisse étudiée entre deux nervures,  $A_{str\_pd}$  est l'aire d'une section de lisse augmentée de l'aire de la liaison lisse-peau, enfin  $P_{dt}$  est la charge due à la tension diagonale des revêtements qui entourent la lisse.

La méthode pour calculer la contrainte maximale admissible en flambement local ( $F_{cc}$ ) diffère quelque peu de celle utilisée par Bettinger. Ce dernier utilise une méthode de sections formées (i.e. épaisseurs des semelles et de l'âme égales) basée sur Niu (1999).



Puisque que notre modèle comporte des épaisseurs indépendantes pour les âmes et les semelles, il serait inapproprié d'utiliser cette méthode. Niu propose aussi une méthode générale pour les sections extrudées qui est préférable à l'emploi de la méthode pour sections formées. Cependant, le graphique qu'il propose est difficile à lire et il en est également difficile de tirer des équations. Abdo et al. (2003b) proposent des équations qui caractérisent le comportement en flambement local décrit par Niu, mais spécifiquement pour des sections quelconques en alliages d'aluminium communs.

À la manière de la Figure II.4, la lisse est cassée en 3 segments. La contrainte maximale admissible en flambement local pour la lisse complète dépend de chacun des segments. La manière de calculer les  $F_{ccn}$  sera différente selon que le segment possède un côté libre ("one edge free") ou pas de côté libre ("no edge free").

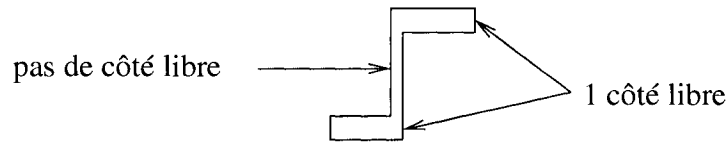


FIG. II.4 Segments "no edge free" et "one edge free" d'une lisse en "Z"

La contrainte maximale admissible en flambement local pour chaque segment  $n$  est trouvée selon les formules empiriques suivantes :

- Si le segment a un côté libre :

$$F_{ccn} = 0.6121 F_{cyn} \left[ \frac{b_n}{t_n} \sqrt{\frac{F_{cyn}}{E_n}} \right]^{-0.7735} \quad (\text{II.1})$$

- Si le segment n'a pas de côté libre :

$$F_{ccn} = 1.1819 F_{cyn} \left[ \frac{b_n}{t_n} \sqrt{\frac{F_{cyn}}{E_n}} \right]^{-0.7882} \quad (\text{II.2})$$

où  $t_n$  est l'épaisseur du segment,  $b_n$  sa longueur, pour lesquelles les demies-épaisseurs

sont soustraites,  $E_n$  le module d'élasticité et  $F_{cyn}$  la contrainte maximum en compression.

La contrainte maximale admissible en flambement local pour toute la section de la lisse est ensuite calculée en prenant une moyenne pondérée de chacun des segments :

$$F_{cc} = \frac{\sum_1^3 b_i t_i F_{cc_i}}{\sum_1^3 b_i t_i} \quad (\text{II.3})$$

La contrainte dans la lisse ainsi que la contrainte maximale admissible pour cette lisse étant connues, il est possible de calculer la marge de sécurité :

$$MS = \frac{F_{cc}}{f_{ult}} - 1 \quad (\text{II.4})$$

L'équation II.4 définit la marge de sécurité pour une défaillance locale. Si cette marge est vérifiée, la résistance de la lisse n'est pas assurée pour autant. En effet, il existe une autre forme d'instabilité qui elle est globale. La méthode de calcul est alors :

Dans un premier temps, la contrainte ultime appliquée doit être évaluée. Le phénomène de flambement étant global, il faut utiliser la charge ultime moyenne (moyenne des deux charges) et considérer l'aire du revêtement effectif. De plus, lorsqu'il y a de la tension diagonale, il ne faut pas oublier d'inclure cet effet.

La contrainte ultime moyenne en compression est de la forme :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end\_moy} + P_{dt}}{A_{str\_pd\_sk}}$$

où  $P_{end\_moy}$  est la charge axiale moyenne sur la lisse entre deux nervures, et  $A_{str\_pd\_sk}$  est l'aire de la lisse augmentée de l'aire de la liaison lisse-peau et de l'épaisseur de la

peau.

Ensuite, il est nécessaire de calculer la contrainte maximale admissible en flambement global  $F_c$ . Pour cela, la formule de Euler-Johnson est utilisée, soit :

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left( \frac{L}{\rho\sqrt{c}} \right)^2$$

$F_{cc}$  a été calculé dans le premier cas.

$L$  est longueur de la colonne, soit ici la distance entre deux nervures.

$c$  est un facteur définissant le type de fixations utilisées pour attacher la lisse au reste de la structure, ici  $c = 1$ .

$\rho$  est le rayon giratoire de la section de la lisse. Par définition,  $\rho = \sqrt{I/A_{str\_pd\_sk}}$  où  $I$  est le moment d'inertie d'une section de lisse par rapport à l'axe neutre de celle-ci.

Connaissant la totalité des variables de l'équation II.3.1.1, il est possible de calculer  $F_c$  puis la marge de sécurité. On obtient alors :

$$MS = \frac{F_c}{f_{ult}} - 1 \quad (II.5)$$

### II.3.1.2 Raidisseurs inférieurs

Les raidisseurs inférieurs subissent de la tension et il faut donc tenir compte de la fatigue. Les contraintes cibles (target stress) données dans le tableau II.1 sont valables pour l'alliage d'aluminium 2024-T3511, matériaux de la partie inférieure de l'aile. L'aile intérieure est la partie de l'aile située entre la première et la seconde nervure. On considère que le train d'atterrissage se trouve dans cette partie, il faut donc tenir compte de la fatigue supplémentaire liée à l'atterrissage. Pour cela le coefficient  $Fd$  est fixé à 0,5 pour la partie intérieure et 0,35 pour la partie extérieure.

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.12359 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 3.026799 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TAB. II.1 Contraintes cibles pour le 2024-T3511 (target stress, tiré du cours L'Heureux et al. (2000))

La contrainte ultime appliquée s'exprime de la façon suivante :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end\_max}}{A_{str\_pd\_sk}}$$

La marge de sécurité correspondante est alors :

$$MS = \frac{f_{ts}}{f_{ult}} - 1 \quad (II.6)$$

### II.3.2 Revêtements (peau)

Les revêtements résistent essentiellement au moment de torsion appliqué sur l'aile et sont dimensionnés par les flux de cisaillement. Comme précédemment, le revêtement de la partie supérieure est soumis à de la compression alors que le revêtement de la partie inférieure est soumis à de la tension. Il faut donc considérer deux cas distincts.

#### II.3.2.1 Revêtements supérieurs

Les revêtements de la partie supérieure de l'aile doivent résister au flambement global attribuable au chargement de compression. De plus, il faut également s'assurer que le phénomène de tension diagonale ne vient pas remettre en cause la solidité du panneau.

La méthode permettant de connaître la marge de sécurité est la suivante

La contrainte critique en cisaillement  $F_{s,cr}$  s'écrit :

$$F_{s,cr} = K_s \eta_s E \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

où  $\eta_s$  est le facteur de plasticité qui peut être fixé à 1 pour un panneau de peau ( $\eta_s = 1$ ),  $E$  est le module d'élasticité,  $t$  l'épaisseur du panneau,  $b$  la largeur du panneau, enfin  $K_s$  est le coefficient de flambement en cisaillement. Le coefficient de cisaillement est fonction du ratio  $a/b$  et des conditions limites. Dans le cas présent, le panneau est simplement supporté aux quatres arêtes. L'évolution du coefficient  $K_s$  est représenté sur la figure II.5

La contrainte critique en compression  $F_{c,cr}$  s'écrit :

$$F_{c,cr} = K_c \eta_s E \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

où  $K_c$  est le coefficient de flambement en compression obtenu à la figure II.6. Comme précédemment, il est fonction du ratio  $a/b$  et des conditions limites. Pour le cas considéré, le panneau est simplement supporté aux quatres arêtes.

La contrainte de cisaillement appliquée est calculée à partir des résultats de l'analyse éléments finis. Ainsi, la contrainte de cisaillement appliquée est :

$$f_s = \frac{F_{XY}}{t_{skin,up}}$$

ce qui permet de trouver le ratio suivant :

$$R_s = \frac{f_s}{F_{s,cr}}$$

La contrainte de compression appliquée est calculée à partir des résultats de l'ana-

lyse par éléments finis. Ainsi, la contrainte de compression appliquée est :

$$f_c = \frac{F_Y}{t_{skin,up}}$$

ce qui permet de trouver le ratio suivant :

$$R_c = \frac{f_c}{F_{c,cr}}$$

Connaissant ces informations, il est possible de calculer les différentes marge de sécurité pour la partie supérieure de la peau. L'équation II.7 définit la résistance du revêtement au flambage global alors que l'équation II.8 vérifie si la peau va résister ou non à la tension diagonale

$$MS = \frac{2}{R_c + \sqrt{R_c^2 + 4R_s^2}} - 1 \quad (II.7)$$

$$MS = \frac{f_{tu}}{f_{s,ult,D}} - 1 \quad (II.8)$$

où  $f_{s,ult,D}$  est défini par :

$$f_{s,ult,D} = 2 * 1.5 * \frac{F_{XY}}{t_{skin,up}}$$

et  $f_{tu}$  est la limite ultime en tension du matériau.

### II.3.2.2 Revêtements inférieurs

Le revêtement inférieur travaille en tension, il faut donc tenir compte de la fatigue. La procédure est similaire au cas des lisses inférieures. La méthode utilisée est la suivante

Recherche de la contrainte admissible  $f_{ts}$  :

Il faut également considérer deux cas : Comme pour les lisses, on effectue la distinction entre la partie intérieure et extérieure de l'aile. Pour cela le coefficient  $F_d$  est fixé à 0.5 pour la partie intérieure et 0.35 pour l'autre partie

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.12358 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 6.894757 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TAB. II.2 Contraintes cibles pour le 2024-T3511

La contrainte principale maximale ultime  $f_{max}$  s'exprime de la façon suivante :

$$f_{max} = \frac{f_x + f_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_x - f_y}{2}\right)^2 + f_{xy}^2}$$

où

$$f_x = \frac{1.5 * F_X}{t_{skin,low}}$$

$$f_y = \frac{1.5 * F_Y}{t_{skin,low}}$$

$$f_{xy} = \frac{1.5 * F_{XY}}{t_{skin,low}}$$

Comme le dessous de l'aile est en tension, la contrainte maximale ultime  $f_{max}$  doit être de signe négatif.

La marge de sécurité en fatigue pour la partie inférieure de la peau est alors :

$$MS = \frac{f_{ts}}{\|f_{max}\|} - 1 \quad (II.9)$$

### II.3.3 Dimensionnement des longerons

Les longerons sont constitués de plusieurs éléments qu'il est nécessaire de dimensionner séparément.

#### II.3.3.1 Étude de l'âme des longerons

La méthodologie utilisée pour le dimensionnement de l'âme des longerons est identique à celle utilisée pour la peau. Cependant, comme une partie de l'âme travaille en tension et une autre en compression, ceux-ci sont dimensionnés à la fois en fatigue et en flambement. Le matériau utilisé pour les longerons est habituellement l'alliage 7050-T7451 dont les propriétés physiques sont consignés dans le tableau II.3

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 1.85468 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.64759 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TAB. II.3 Contraintes cibles pour l'alliage 7050-T7451

#### II.3.3.2 Étude des semelles supérieures des longerons

Les semelles supérieures sont dimensionnées par le flambement local et global. Il en résulte que la méthode utilisée est similaire à celle employée pour les lisses supérieures. Cependant, un longeron est une pièce formée et non extrudées comme peuvent l'être les lisses. La contrainte critique en flambement  $F_{cc}$  s'exprime alors à l'aide de la relation suivante (Niu (1999)) :

$$F_{cc} = B \left[ \frac{1}{A/gt^2} \right]^2 \cdot \sqrt{E^m F_{cy}^{2-m}} \quad (\text{II.10})$$

avec  $m = 0.8$  et  $b = 0.58$



### II.3.3.3 Étude des semelles inférieures des longerons

Les semelles inférieures travaillent en compression et sont dimensionnées de façon semblable aux lisses inférieures, soit en fatigue. Le matériaux utilisé est identique à celui utilisé pour l'Ãcme des longerons. Les propriétés physiques de cet alliage sont présentées dans le tableau II.3.

## II.4 Utilisation des marges de sécurité lors de l'optimisation

Le calcul précédant fournit une ou plusieurs marges de sécurité pour chaque élément de la structure. Ainsi le nombre total de marges de sécurité est en général supérieur à 3000. Il est tout à fait concevable de considérer chaque marge comme une contrainte pour l'optimisation structurelle. En effet, l'algorithme de l'optimiseur donlp2 est apte à traiter un grand nombre de contrainte. De plus, seule une faible portion des marges sont actives (ie négative) au même moment, l'optimiseur ne voyant que les marges actives, celui-ci ne sera jamais amené à traiter simultanément l'ensemble de ces contraintes.

Cependant, le nombre d'éléments dans la structure peut varier en fonction de la géométrie. En effet, le nombre de lisses run-out dépend directement de la forme en plan de l'aile. Comme la modélisation des lisses est modifiée lors des intersections avec les longerons, le nombre d'éléments totaux varie en fonction du nombre de lisses run-out. Il en résulte que le problème d'optimisation structurelle devrait être reformulé à chaque modification de la forme en plan de l'aile.

Afin de résoudre ce problème, les marges de sécurité sont classées en sept catégories : longeron avant, longeron arrière, revêtement supérieur, revêtement inférieur, lisses supérieures locales, lisses supérieures globales et lisses inférieures. Les marges retenues sont alors les marges les plus petites pour chaque catégorie, c'est à dire les plus critiques. En procédant de la sorte, on risque d'introduire certaines difficultés lors de l'optimisation

structurelle. En effet, l'utilisation d'un minimum introduit des ruptures de pentes dans l'évolution des marges à chaque fois que la marge critique change de position sur l'aile. En pratique, ces discontinuités n'ont pas mis en difficulté l'optimiseur.

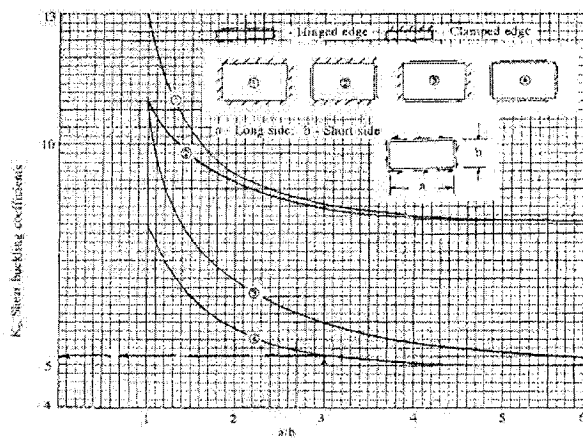


FIG. II.5 Coefficient  $K_s$  de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 460)

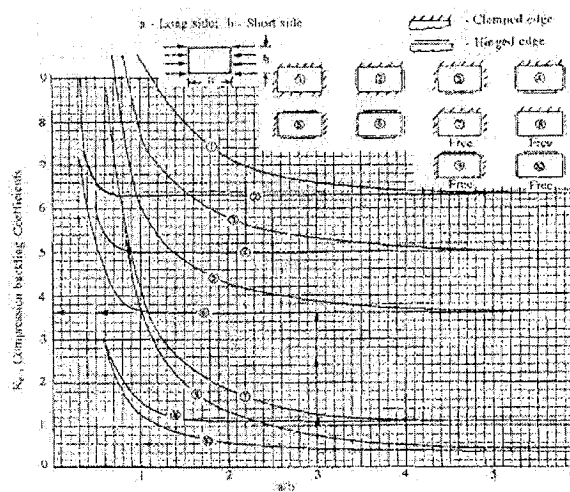


FIG. II.6 Coefficient  $K_c$  de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 458)

## ANNEXE III

### PRÉCISION DU COUPLAGE AÉRO-STRUCTUREL

La validation du calcul aérodynamique et du module structurelle fait séparément n'assure pas que le couplage fait avec les deux disciplines est valide. Afin de faire cette vérification, la résolution du couplage est faite en prenant en paramètres d'entrée la forme en plan générale (pas de cassure, pas le même profil) du CL-604 de Bombardier (Jackson et al., 2004) et en prenant des dimensions structurelles typiques de la littérature pour un avion de cette taille (Abdo et al., 2003a, 2005) pour une condition de croisière à Mach 0.78.

Selon M. Abdo<sup>1</sup>, les déformations pour une telle configuration devraient se situer entre 13 et 17 pouces pour la déflexion en bout d'aile et -1.3 à -1.7 degrés (nez vers le bas) pour la torsion en bout d'aile. La solution numérique du problème aéroélastique pour ces données d'entrée est de 16 pouces de déflexion et de -1.1 degrés de torsion au saumon. En prenant en compte les hypothèses faites : équations de Euler résolues, pas de cassure, pas le même profil d'aile, l'emploi d'une variation linéaire des propriétés entre l'emplanture et le saumon, la comparaison avec l'avion de Bombardier donne en terme de déplacements structuraux des résultats satisfaisants. Les Figures III.1 a) et b) montrent les déformations dues à l'aéroélasticité de l'aile modélisée .

---

<sup>1</sup>du département d'aérodynamique avancée chez Bombardier



(a) Aile rigide



(b) Aile déformée

FIG. III.1 Équilibre aéroélastique d'une aile d'avion

## ANNEXE IV

### VALIDATION DE L'INTERPOLATION FAITE À PARTIR DES VARIABLES AUXILIÈRES

Pour certaines des décompositions implémentées dans ce travail, il est nécessaire d'avoir des variables auxiliaires (i.e. découplage). Ces variables auxiliaires ( $t_i$ ) ont pour but d'émuler les variables couplées ( $a_i$ ). Puisque le nombre de variable couplée est très grand (trois déformations et trois types de forces par nervure, pour quinze nervures), il serait peu avantageux de toutes les convertir en variables auxiliaires. Comme mentionné au chapitre 3, il est proposé de d'utiliser seulement quelques variables auxiliaires et d'interpoler sur ces variables pour compléter l'information nécessaire au calcul des performances de l'aile. Par exemple, pour les déflexion de chaque nervure, seulement deux variables auxiliaires ( $t_7$  et  $t_{14}$ ) issues de l'optimiseur sont utilisées dans l'interpolation pour déterminer les déflexions aux autres nervures (voir équation IV.1). Ainsi, avec  $i$  le numéro de nervure, la déformation appliquée à chaque nervure est calculée à la manière de l'équation IV.1 :

$$\delta_{app,i} = f(t_7, t_{14}) \quad (IV.1)$$

La réduction du nombre de variables auxiliaires peut être réalisée si l'interpolation des variables est représentative de la distribution originale. Il faut donc bien choisir le nombre de variables auxiliaires qui sont gardées et le type d'interpolation qui est fait. Plusieurs validations doivent donc être conduites puisque les différentes sortes de décomposition utilisées comportent plusieurs catégories de variables auxiliaires : les déflexions, les torsions, les efforts tranchants et les moments de torsion. Des exemples de ces validations sont présentées aux prochaines sous-sections. La validation de ces interpolations devrait

idéalement être effectuée à chaque itération, ce qui enlèverais tous les avantages du découplage. Elle a cependant été vérifiée pour les solutions optimales.

#### IV.1 Interpolations sur les déformations

Comme stipulé à la section 3.2.1.2, les variables couplées définissant les déflexions et les torsions des nervures sont au nombre de deux et cinq respectivement. Pour émuler les variables couplées de déflexion, une interpolation quadratique faite à partir de la nervure 0 (pour laquelle les déformations sont nulles) ainsi que sur deux variables auxiliaires (nervures 7 et 14) a été choisie. L'interpolation quadratique a été préférée à celle linéaire puisqu'elle est en mesure de mieux représenter la distribution de flèche, cela même si elle emploie moins de variables auxiliaires. Le choix des nervures a été choisi de manière à minimiser l'erreur. La figure IV.1 montre les déformations à chaque nervure pour les déformations exactes obtenues par le calcul structurel ainsi que par l'utilisation de l'interpolation. On juge cette approximation juste puisque l'erreur maximale dans l'interpolation de la flèche est au plus de six mm. Une interpolation linéaire utilisant cinq variables auxiliaires est quant à elle utilisée pour représenter la torsion. Comme on peut le voir à la Figure IV.2, la représentation de la torsion est très fidèle, avec une erreur maximum commise de 0.015 degré.

#### IV.2 Interpolations sur les forces

Le nombre de variables auxiliaires retenu pour émuler les variables couplées de forces est de dix, soit cinq pour les efforts tranchants discrétisés et cinq pour les moments de torsion discrétisés. Notons qu'il est inutile de retenir les forces agissant sur la nervure à l'emplanture puisque cette dernière est entièrement rigide et encastree. Les numéros des nervures retenues ont été choisis de façon à réduire l'erreur d'interpolation. La Fi-

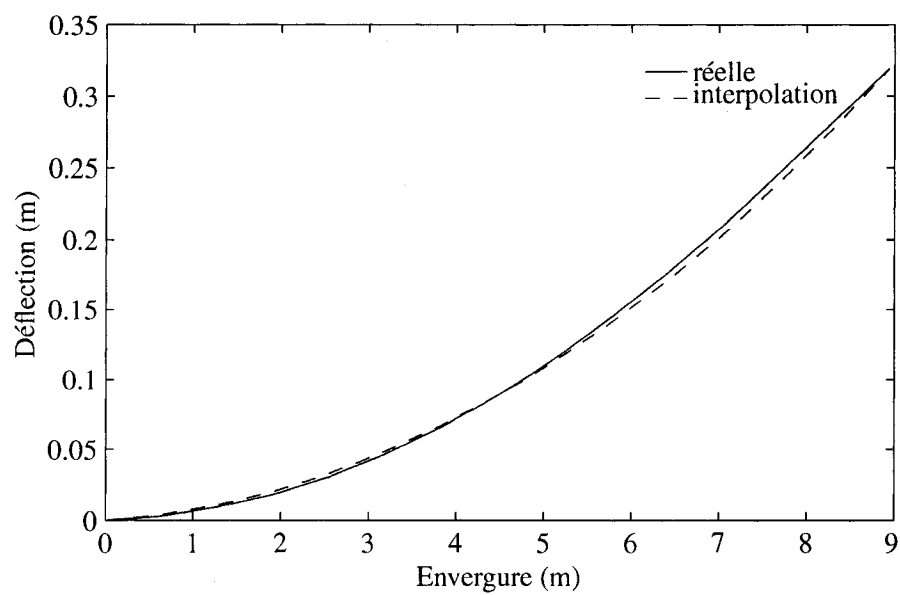


FIG. IV.1 Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de déflexion

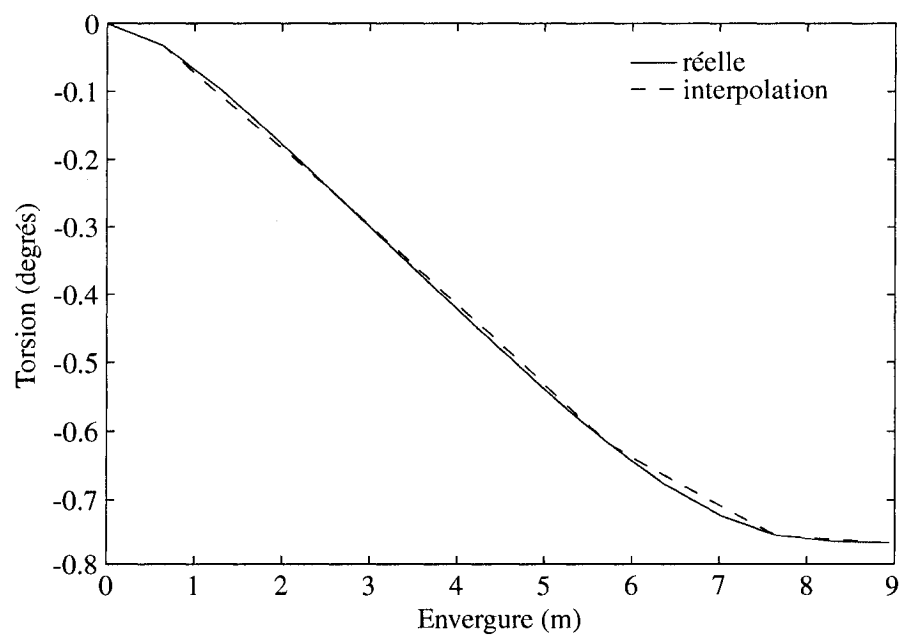


FIG. IV.2 Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de torsion



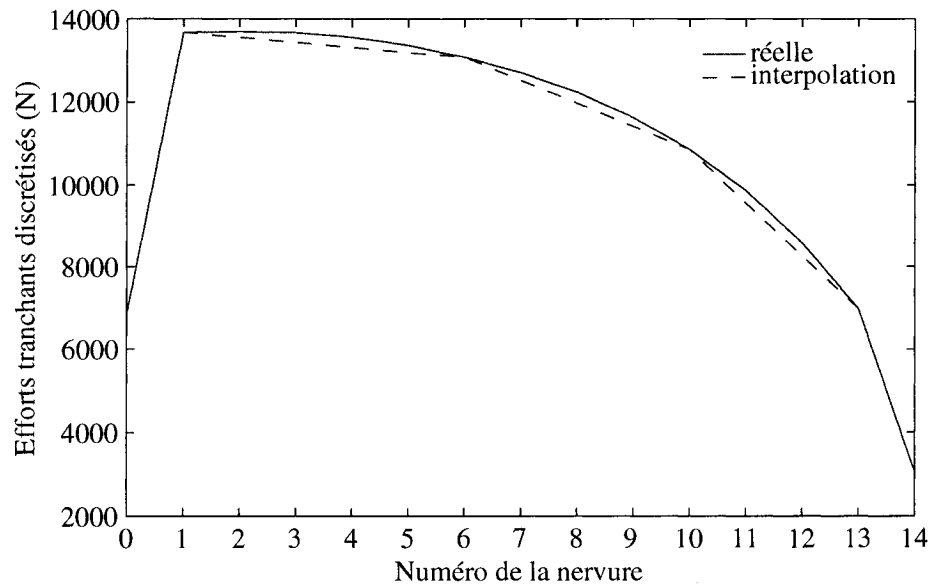


FIG. IV.3 Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires d'efforts tranchants discrétisés

gure IV.3 montre la précision atteinte par l'interpolation linéaire des variables auxiliaires d'efforts tranchants discrétisés. Avec une erreur relative maximum de moins de 2%, l'approximation par l'interpolation linéaire est jugée précise.

La Figure IV.4 montre les différences entre l'interpolation linéaire des moments de torsion discrétisés et leur variables auxiliaires correspondantes. On dénote une erreur relative maximum de 13% dans la valeur du moment de torsion discrétisé (nervure 12). Cette erreur peu paraître importante mais elle agit sur une faible valeur absolue des moments de torsion (environ  $130 \text{ N} \cdot \text{m}$ ), l'influence de l'erreur sera donc minime. De plus, compte tenu que le moment de torsion s'additionne le long de l'envergure à partir du saumon, la plus grande erreur relative de l'effort tranchant s'appliquant à une nervure (non discrétisé) est au plus que de 6%. On accepte donc les moments de torsion issuent de cette interpolation comme étant représentatifs de la distribution originale complète des moments de torsion.

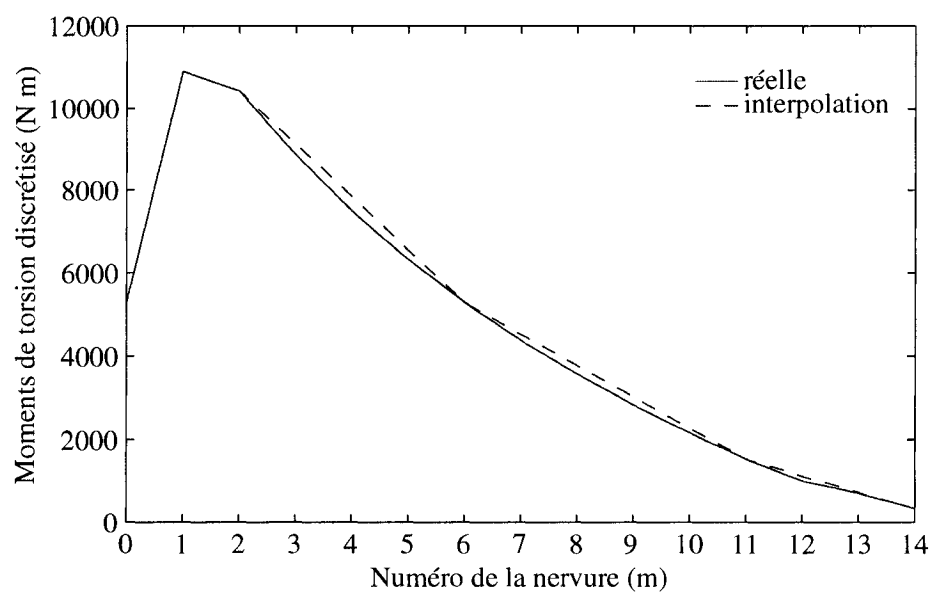


FIG. IV.4 Validation de l'interpolation sur les variables auxiliaires de moments de torsion discrétisés

## ANNEXE V

## LISTE DES VALEURS DES VARIABLES INITIALES ET FINALES

Cette annexe fait un sommaire des valeurs des variables de design initiales et finales. Les variables finales dénotées avec des exposant – ou + sont respectivement des variables qui ont atteint leur bornes inférieure et supérieure ou qui y sont pratiquement arrivées.

TAB. V.1 Variables de design  $X_{geo}$ 

Variable de design	Valeur de départ	FIO à bi-niveau	Semi-découplée
Allongement [m]	9.83	10.62	10.26
Effilement [-]	0.318	0.343	0.343
Corde à l'emplanture [m]	3.99	4.32	4.28
Angle de vrillage [deg]	0.8	0.59	0.81
Angle de flèche [deg]	25.0	26.3	22.8
Angle d'attaque [deg]	1.20	0.53	0.67
Position en Z du longeron avant (extrados) [-]	0.03860	0.3625	0.3348
Pente du longeron avant (extrados) [-]	8.90	8.90	8.76
Position en Z du longeron avant (intrados)[-]	-0.0389	-0.0394	-0.0397
Pente du longeron avant (intrados)[-]	-8.50	-8.54	-8.60
Position en Z du longeron arrière (extrados) [-]	0.0499	0.0391	0.0362
Pente du longeron arrière (extrados) [-]	-6.00	-5.80	-6.01
Position en Z du longeron arrière (intrados) [-]	-0.0258	-0.0293	-0.0313
Pente du longeron arrière (intrados) [-]	8.50	8.57	8.36
Point maximum X [-]	0.45	0.451	0.448
Point maximum Z [-]	0.0629	0.519	0.0495
Point minimum X [-]	0.350	0.349	0.351
Point minimum Z [-]	-0.0592	-0.583	-0.0594

TAB. V.2 Variables de design  $X_{aero}$ 

Variable de design	Valeur de départ	FIO à bi-niveau	Semi-découplée
Rayon de courbure du bord d'attaque [-]	120.0	121.6	120.1
Amplitude du rayon de courbure du bord d'attaque [-]	1.20	1.20	1.20
Pente du bord de fuite (Intrados) [-]	-3.3	-3.06	-3.08
Pente du bord de fuite (Extrados) [-]	-12.0	-11.3	-11.6

TAB. V.3 Variables de design  $X_{struct}$ 

Variables de design	Valeur de départ	FIO à bi-niveau	Semi-découplée
Longerons avant, $e_{âme}$ à l'emplanture [mm]	6.27	7.07	6.28
Longerons avant, $e_{âme}$ au saumon [mm]	1.78	2.04	1.91
Longerons arrière, $e_{âme}$ à l'emplanture [mm]	7.02	9.97 <sup>+</sup>	6.35
Longerons arrière, $e_{âme}$ au saumon [mm]	1.78	1.78 <sup>-</sup>	8.47
Lisse, $e_{âme.intrados}$ à l'emplanture [mm]	2.0	9.86 <sup>+</sup>	6.64
Lisse, $e_{âme.intrados}$ au saumon	1.78	1.78 <sup>-</sup>	1.79
Lisse, $e_{âme.extrados}$ à l'emplanture [mm]	5.15	2.0 <sup>-</sup>	2.31
Lisse, $e_{âme.extrados}$ au saumon	1.78	1.78 <sup>-</sup>	1.83
Lisse, $A_{intrados}$ à l'emplanture [ $cm^2$ ]	2.94	3.61	3.90
Lisse, $A_{intrados}$ au saumon [ $cm^2$ ]	0.400	0.400 <sup>-</sup>	0.403 <sup>-</sup>
Lisse, $A_{extrados}$ à l'emplanture [ $cm^2$ ]	0.50	0.757	0.866
Lisse, $A_{extrados}$ au saumon [ $cm^2$ ]	0.400	0.400 <sup>-</sup>	0.410
Peaux, $e_{intrados}$ à l'emplanture [mm]	4.14	5.45	6.24
Peaux, $e_{intrados}$ au saumon [mm]	1.78	2.09	2.32
Peaux, $e_{extrados}$ à l'emplanture [mm]	6.46	5.0	4.22
Peaux, $e_{extrados}$ au saumon [mm]	1.78	4.95	1.79

TAB. V.4 Variables de design  $X_{auxdef}$ 

Variable de design	Valeur de départ	FIO à bi-niveau	Semi-découplée
Flèche de l'aile à la 8 <sup>e</sup> nervure [m]	0.1396	-	0.0557
Flèche de l'aile à la 15 <sup>e</sup> nervure [m]	0.3188	-	0.1955
Torsion de l'aile à la 2 <sup>e</sup> nervure [deg]	-0.0653	-	-0.0037
Torsion de l'aile à la 5 <sup>e</sup> nervure [deg]	-0.4895	-	-0.0263
Torsion de l'aile à la 10 <sup>e</sup> nervure [deg]	-1.238	-	-0.0632
Torsion de l'aile à la 13 <sup>e</sup> nervure [deg]	-1.509	-	-0.07440
Torsion de l'aile à la 15 <sup>e</sup> nervure [deg]	-1.537	-	-0.07475
Effort tranchant à la 2 <sup>e</sup> nervure [N]	13685	-	-
Effort tranchant à la 7 <sup>e</sup> nervure [N]	13091	-	-
Effort tranchant à la 11 <sup>e</sup> nervure [N]	10859	-	-
Effort tranchant à la 14 <sup>e</sup> nervure [N]	6977	-	-
Effort tranchant à la 15 <sup>e</sup> nervure [N]	3049	-	-
Moment de torsion à la 2 <sup>e</sup> nervure [ $N \cdot m$ ]	10899	-	-
Moment de torsion à la 3 <sup>e</sup> nervure [ $N \cdot m$ ]	10423	-	-
Moment de torsion à la 7 <sup>e</sup> nervure [ $N \cdot m$ ]	5297	-	-
Moment de torsion à la 12 <sup>e</sup> nervure [ $N \cdot m$ ]	1536	-	-
Moment de torsion à la 15 <sup>e</sup> nervure [ $N \cdot m$ ]	325	-	-